

ANÁLISE DE VIBRAÇÕES SOB ACÇÃO HUMANA NA PONTE PEDONAL SOBRE A LINHA VERMELHA – ILHA DO FUNDÃO (RIO DE JANEIRO)

JAIME MOURA MAIA FERNANDES DA SILVA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Professor Doutor Carlos Manuel Ramos Moutinho

Professor Doutor Ronaldo Carvalho Battista

SETEMBRO DE 2010

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2009/2010

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miiec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2009/2010 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais,

A verdadeira ciência ensina sobretudo a duvidar e a ser ignorante

Miguel Unamuno

AGRADECIMENTOS

Quero deixar expresso o meu sincero agradecimento às pessoas que me acompanharam, não só na realização deste trabalho, mas também no meu percurso académico que culmina com a apresentação da dissertação de Mestrado Integrado, aqui exposta:

- Ao Professor Ronaldo Carvalho Battista por me ter aceitado como estagiário na empresa *Controllato* onde é Director Técnico, e por toda a sua disponibilidade, interesse e entusiasmo no acompanhamento do meu trabalho.
- Ao Eng.º Wendell Diniz Varela, ao Eng.º Walber Correa e a toda a equipa técnica da *Controllato*, por todo o apoio durante o estágio e pela amabilidade com que me receberam.
- Ao Professor Carlos Moutinho que, apesar da distância, sempre se mostrou solícito e disponível no esclarecimento das minhas dúvidas e, já em Portugal, muito me ajudou na preparação cuidada da versão final deste trabalho.
- Gostaria de agradecer aos meus pais, principais responsáveis pela minha formação. Pelos valores que me transmitiram, pela vontade de aprender que sempre me incutiram e por todas as condições que me proporcionaram para ter sucesso. O encorajamento e a força que me deram, mesmo nos momentos em que estava longe e sem a sua companhia, foram preciosos.
- Ao meu irmão e às minhas irmãs por me ajudarem com amizade e disponibilidade sempre que precisei de um conselho.
- A todos os amigos que partilharam comigo a vida no Rio de Janeiro, de perto ou à distância de um e-mail, e que, nos momentos certos, me ajudaram, aconselhando-me ou simplesmente dispensando algum do seu tempo para uma boa conversa. Foram fundamentais em fases de maior tensão, mas também nos momentos de descontração.

Obrigado a todos!

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se a caracterização dinâmica da ponte pedonal sobre a linha Vermelha localizada na ilha do Fundão, no Rio de Janeiro. Esta análise foi realizada em ambiente profissional no estágio realizado na empresa *Controllato*.

A análise dinâmica de pontes pedonais e a resolução de problemas associados a vibrações excessivas, já foram amplamente exploradas noutras dissertações. Nesta tese, por outro lado, pretende-se demonstrar a sua aplicação a um caso real, evidenciando todas as dificuldades inerentes a este processo e assim expor todos os pormenores de análise e desenvolvimento deste tipo de problemas.

Inicialmente é contextualizado o tema, expondo os problemas que normalmente ocorrem em estruturas desta natureza, bem como as técnicas de controlo de vibrações existentes e suas diferenças.

São apresentadas as características gerais da ponte e o modelo numérico para análise da estrutura desenvolvido no programa de análise estrutural SAP 2000.

De modo a poder melhorar e confirmar o modelo, foi feita a monitorização experimental para avaliação do comportamento dinâmico da estrutura. Desta forma, puderam inferir-se as características dinâmicas naturais da ponte. Através da confrontação dos valores experimentais com os numéricos, foi possível obter um modelo que se ajusta adequadamente ao real funcionamento da estrutura.

O passo seguinte foi a modelação da acção do peão, principal utilizador da ponte em questão, com o auxílio de programação em linguagem FORTRAN.

Finalmente, faz-se a análise dos resultados, comparando os níveis de vibração com os limites regulamentares existentes, nas normas em vigor disponíveis.

PALAVRAS-CHAVE: Pontes pedonais, vibrações, modelação numérica, acção humana.

ABSTRACT

In this thesis paper we present the dynamic characteristics of the pedestrian bridge over Linha Vermelha in the Fundão island, in the city of Rio de Janeiro. This analysis was conducted in a professional context at a company called *Controllato*.

The dynamic analysis of pedestrian bridges and the overcoming of problems associated with excessive vibration have been explored in other works. In this thesis, on the other hand, we intend to demonstrate its application to a real-case study, as well as the difficulties inherent to the process and, therefore, present all the details of the analysis and development of these kinds of problems.

We will initially contextualise the topic, explaining the problems that usually occur in this type of structures, as well as the existing techniques used to control the vibrations and its differences.

The bridge general characteristics and the numerical model to analyse the structure will be presented through the structural analysis program SAP 2000.

In order to improve and confirm the model, an experimental monitoring was conducted to assess the dynamic behaviour of the structure. By doing this, we were able to infer the natural dynamic characteristics of the bridge. By confronting the experimental with the numerical values, the model was improved to match security levels.

The next step was the creation of a model for the pedestrian action, this being the main user of the bridge, with the aid of FORTRAN, a programming language software.

Finally, the results were analysed through comparison with the existing limits in rules and regulations.

KEYWORDS: Pedestrian bridges, vibrations, numerical modelling, human action.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. MOTIVAÇÃO	1
1.2. A EMPRESA	2
1.3. OBJECTIVOS	3
2. ANÁLISE DE VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIS	5
2.1. PROBLEMAS COMUNS EM PONTES PEDONAIS	5
2.2. TÉCNICAS DE CONTROLO	7
2.3. EXEMPLOS PRÁTICOS	8
2.3.1. MILLENIUM BRIDGE	8
2.3.2. PONTE PEDRO E INÊS	10
3. APRESENTAÇÃO DO CASO DE ESTUDO	13
3.1. LOCALIZAÇÃO	13
3.2. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS	14
3.2.1. DIMENSÕES GERAIS	14
3.2.2. SECÇÕES DOS ELEMENTOS	15
3.3. PROPRIEDADES GERAIS E PORMENORES CONSTRUTIVOS	16
4. ENSAIOS EXPERIMENTAIS	19
4.1. INTRODUÇÃO	19
4.2. MONITORIZAÇÃO DINÂMICA	19
4.2.1. MATERIAL	19
4.2.2. PLANO DE INSTRUMENTAÇÃO	20
4.2.3. CAMPANHAS DE MEDIÇÕES	23
4.3. RESULTADOS E SUA INTERPRETAÇÃO	23
4.3.1. SINAIS	23

4.3.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS	26
4.3.3. TAXAS DE AMORTECIMENTO	27
4.3.3.1. Introdução	27
4.3.3.2. Ajuste Linear	28
4.3.3.3. Ajuste Logarítmico	29
4.3.3.4. Comparação de valores	32

5. MODELO NUMÉRICO E SUA CORRELAÇÃO COM O MODELO EXPERIMENTAL..... 33

5.1. INTRODUÇÃO	33
5.2. MODELO NUMÉRICO	33
5.2.1. DESCRIÇÃO DO MODELO EM ELEMENTOS FINITOS	33
5.2.2. AJUSTES E MELHORAMENTOS	34
5.2.2.1. Introdução do betão como elemento resistente	34
5.2.2.2. Correção de dimensões	38
5.2.2.3. Correção de espessura de chapas	38
5.2.2.4. Introdução da inclinação do encontro oposto ao lado da Av. Brasil	39
5.3. FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO	39
5.4. CONFRONTO DE RESULTADOS	41

6. MODELAÇÃO DA ACÇÃO HUMANA 43

6.1. INTRODUÇÃO	43
6.2. MODELAÇÃO MATEMÁTICA	44
6.2.1. FUNÇÃO DE FOURIER	44
6.2.2. CARACTERÍSTICAS DO CAMINHAR HUMANO	50
6.2.3. MODELAGEM EM LINGUAGEM FORTRAN	50
6.3. TESTES AO MODELO	53
6.3.1. CARGA DE IMPACTO	53
6.3.1.1. Caracterização da carga	53
6.3.1.2. Correlação entre modelos	53
6.3.2. CARGA SINUSOIDAL	54
6.3.2.1. Caracterização da carga	54
6.3.2.2. Correlação entre modelos	55

6.3.3. EXEMPLO SIMPLES	56
6.4. ACÇÃO HUMANA NA PONTE PEDONAL	58
6.4.1. CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DA ESTRUTURA	58
6.4.2. CARACTERIZAÇÃO DO CAMINHAR HUMANO	60
6.4.3. RESULTADOS.....	63
7. ANÁLISE DE VIBRAÇÕES NA PONTE EM ANÁLISE	67
7.1. INTRODUÇÃO	67
7.2. REGULAMENTAÇÃO	67
7.2.1. BACHMANN.....	67
7.2.2. SÉTRA.....	68
7.2.3. SYNPEX.....	69
7.3. ANÁLISE DE RESULTADOS	69
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
8.1. CONCLUSÕES GERAIS	71
8.2. LINHAS DE INVESTIGAÇÃO FUTURAS	71

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1.1 – Logótipo da empresa Controllato	2
Fig.2.1 – Cargas médias transmitidas por uma pessoa.....	6
Fig.2.2 – Efeito <i>lock in</i> nos peões	6
Fig.2.3 – Representação esquemática de um ADS	8
Fig.2.4 – Ponte <i>Millenium</i> em Londres.....	9
Fig.2.5 – Amortecedor viscoso.....	9
Fig.2.6 – ADS	9
Fig.2.7 – Vista lateral da ponte Pedro e Inês	10
Fig.2.8 – ADS's Horizontais instalados no meio vão	11
Fig.2.9 – Variação da aceleração no meio vão tendo em conta o número de peões.....	11
Fig.3.1 – Ponte pedonal sobre a Linha Vermelha.....	13
Fig.3.2 – Corte longitudinal	14
Fig.3.3 – Corte transversal a meio vão	14
Fig.3.4 – Planta	15
Fig.3.5 – Trecho de corte longitudinal identificando a posição dos cortes AA' BB' e CC'	15
Fig.3.6 – Cortes AA' BB' e CC'	15
Fig.3.7 – Trecho de planta identificando a posição do corte DD'	16
Fig.3.8 – Corte DD'	16
Fig.3.9 – Placas de betão inferiores.....	17
Fig.3.10 – Placas de betão superiores e tirantes.....	17
Fig.3.11 – Cortes das placas de betão	18
Fig.3.12 – Plantas das placas de betão	18
Fig.4.1 – Material de fixação de acelerómetros	20
Fig.4.2 – Localização dos acelerómetros (corte longitudinal).....	21
Fig.4.3 – Localização dos acelerómetros (corte transversal no meio vão).....	21
Fig.4.4 – Localização dos acelerómetros (planta)	21
Fig. 4.5 – Acelerómetro ACV1.....	22
Fig. 4.6 – Acelerómetro ACV2.....	22
Fig.4.7 – Acelerómetro ACV3.....	22
Fig.4.8 – Acelerómetro ACT1	22
Fig.4.9 – Sistema de aquisição de dados	22

Fig.4.10 – Sinal aceleração x tempo para a situação de carregamento a)	25
Fig.4.11 – Auto espectro em frequência para a situação de carregamento a)	26
Fig.4.12 – Factor de amplificação dinâmica para diferentes taxas de amortecimento	27
Fig.4.13 – Amortecimento de <i>Rayleigh</i>	30
Fig.4.14 – Auto espectro filtrado na frequência 3.17Hz	31
Fig.4.15 – Auto espectro filtrado na frequência 11.35Hz	32
Fig.5.1 – Modelo numérico construído no SAP 2000	34
Fig.5.2 – Representação esquemática do método das diagonais equivalentes	35
Fig.5.3 – Elemento Plano sujeito a cisalhamento	35
Fig.5.4 – Vista em planta do 1º modo (1º de flexão lateral); $f = 2,57$ Hz.....	39
Fig.5.5 – Vista em corte longitudinal do 2º modo (1º de flexão vertical); $f = 3,12$ Hz	40
Fig.5.6 – Vista tridimensional do 3º modo (1º de torção axial); $f = 4,08$ Hz	40
Fig.5.7 – Vista tridimensional do 4º modo (2º de flexão lateral); $f = 5,40$ Hz	40
Fig.5.8 – Vista tridimensional do 5º modo (de flexão lateral com torção); $f = 8,02$ Hz	41
Fig.6.1 – Registo temporal de um passo na direcção vertical (a) e na horizontal (b)	45
Fig.6.2 – Representação dos dois máximos da reacção da superfície ao passo de uma pessoa	45
Fig.6.3 – Representação da Série de Fourier considerando 3 termos	46
Fig.6.4 – Sobreposição da reacção do piso com a série de Fourier	46
Fig.6.5 – Resultados dos coeficientes dinâmicos em função da frequência obtidos por <i>Rainer, Pernica e Allen</i>	47
Fig.6.6 – Expressões deduzidas através de ajustes polinomiais aos ensaios feitos por <i>Rainer, Pernica e Allen</i>	47
Fig.6.7 – Funções polinomiais de ajuste dos coeficientes dinâmicos.....	47
Fig.6.8 – Funções de carga para diferentes acções	50
Fig.6.9 – Representação esquemática do modelo unifilar	51
Fig.6.10 – Primeiro modo de flexão vertical	51
Fig.6.11 – Primeiro modo de flexão de torção	51
Fig.6.12 – Representação gráfica da força de impacto.....	53
Fig.6.13 – Correlação entre métodos em termos de deslocamentos para uma carga de impacto	54
Fig.6.14 – Correlação entre métodos em termos de acelerações para uma carga de impacto	54
Fig.6.15 – Representação gráfica da força senoidal.....	55
Fig.6.16 – Correlação entre métodos em termos de deslocamentos para uma carga senoidal.....	55
Fig.6.17 – Correlação entre métodos em termos de acelerações para uma carga senoidal	56
Fig.6.18 – Viga bi-apoiada com carga móvel	56

Fig.6.19 – Sequência do caminhar do 1º participante	61
Fig.6.20 – Pormenor da excentricidade do 1º participante	61
Fig.6.21 – Sequência do caminhar do 2º participante	62
Fig.6.22 – Pormenor da excentricidade inicial do 2º participante	62
Fig.6.23 – Pormenor da excentricidade a meio vão do 2º participante	63
Fig.6.24 – Aceleração vertical no tempo a meio vão para a acção humana de 1 peão de 700N, FC=1,585Hz	64
Fig.6.25 – Deslocamentos vertical no tempo a meio vão para a acção humana de 1 peão de 700N, FC=1,585Hz	65

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Características dos acelerômetros utilizados	20
Tabela 2 – Campanhas de medições	23
Tabela 3 – Frequências naturais obtidas experimentalmente	26
Tabela 4 – Taxas de amortecimento obtidas com ajuste linear (%)	29
Tabela 5 – Comparação das taxas de amortecimento com diferentes ajustes (%)	32
Tabela 6 – Valores numéricos iniciais.....	34
Tabela 7 – Segundos valores numéricos.....	38
Tabela 8 – Terceiros valores numéricos	38
Tabela 9 – Valores numéricos finais	39
Tabela 10 – Correlação dos valores numéricos com os experimentais	41
Tabela 11 – Coeficientes de carga dinâmica calculados pelas expressões para uma frequência de 1.85Hz	48
Tabela 12 – Coeficientes da carga dinâmica da série de <i>Fourier</i> segundo vários autores	49
Tabela 13 – Valores encontrados por <i>Bachmann</i> e <i>Ammann</i> para as características principais do caminhar	50
Tabela 14 – Auto-vector ortonormal à matriz de massa do modo de vibração vertical para exemplo da Fig.6.18.....	57
Tabela 15 – Auto-vector normalizado do modo de vibração vertical para exemplo da Fig.6.18.....	57
Tabela 16 – Coordenadas do modelo unifilar	58
Tabela 17 – Auto-vectores ortonormais em relação à matriz de massa.....	58
Tabela 18 – Auto-vectores normalizados.....	59
Tabela 19 – Características dinâmicas da estrutura.....	60
Tabela 20 – Parâmetros caracterizadores da função de carga humana	64

1

INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

A presente tese é baseada no estágio profissional desenvolvido na empresa brasileira *Controllato*. Desde que iniciou o estudo da dinâmica de estruturas, o autor revelou interesse sobre esta matéria e sobre o controlo de vibrações. O interesse aumenta quando surge a oportunidade de desenvolver este tema em ambiente profissional, na empresa já mencionada.

As pontes pedonais são, por definição, estruturas destinadas à circulação de peões, utilizadas para vencer vãos e obstáculos, sejam eles naturais ou criados pelo homem. Os seus principais utilizadores são as pessoas, denominadas peões no contexto da linguagem rodoviária. Não sendo previsível a sua utilização por veículos motorizados, as pontes pedonais são, tipicamente, estruturas menos robustas que outro tipo de pontes, por exemplo, rodoviárias ou ferroviárias. Embora os peões sejam, do ponto de vista da análise de estruturas, carregamentos bastante inferiores aos veículos de maior porte, por exemplo carros ou comboios, o problema de vibrações excessivas pode estar presente neste tipo de estruturas, e há bastantes casos práticos que o comprovam.

Em pontes pedonais, os problemas de vibração de maior ocorrência são provocados pelo movimento das pessoas e pela acção do vento. Associados a estes problemas estão fenómenos de fissuração, fracturas por fadiga e redução de vida útil em serviço, além de desconforto dos seus utilizadores.

A acção dos peões pode criar vários tipos de cargas dinâmicas. São exemplos disso mesmo o correr, o saltar, dançar ou o simples caminhar. Neste trabalho, será estudado o efeito da acção dos peões, aplicado ao caso prático posteriormente descrito e apresentado.

Em geral, as oscilações provocadas em pontes pedonais, não põem em causa a segurança estrutural da ponte mas podem originar vibrações que se revelem incómodas para os seus utilizadores. A ponte pode perder a sua funcionalidade se existir o medo de a percorrer. É de importância vital que as estruturas em Engenharia Civil consigam servir os objectivos para os quais foram projectadas. De outra forma, a engenharia não está a servir os seus fins na comunidade onde é praticada. Logo, é fundamental para a função da estrutura que esta apresente níveis de vibração confortáveis para os seus utilizadores.

Não é preciso recuar muito no tempo para perceber que o estudo de vibrações em estruturas e o seu controlo assumia importância discutível na execução de projectos de engenharia. Apesar do problema das acções dinâmicas já estar identificado há algum tempo, a verdade é que grande parte das pontes pedonais no último século foram projectadas apenas com base em cargas estáticas. Devido aos problemas de vibração verificados, percebeu-se que devem ser contempladas as cargas dinâmicas e os seus efeitos na fase do projecto.

Portanto, este tema tem vindo a despertar, cada vez mais, a atenção dos engenheiros de estruturas. Com toda a razão e propriedade diga-se, uma vez que este tema aborda problemas reais e de análise indispensável para o bom funcionamento da estrutura.

1.2. A EMPRESA

A empresa *Controllato* (Figura 1.1) tem sede no bairro de São Cristóvão, no Rio de Janeiro, tendo como principal actividade a Monitorização e Controlo de Vibrações em Estruturas.

Fundada em Dezembro de 2005 pelo Engenheiro Ronaldo Carvalho Battista e pelo Engenheiro Wendell Diniz Varela, a empresa teve a sua origem na incubadora de empresas da COPPE – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia, na Ilha do Fundão, Rio de Janeiro.

A sua área de actuação abrange vários tipos de estruturas como sejam pontes, estádios, equipamentos industriais, lajes e edifícios, estruturas offshore e torres, [15].

A *Controllato* já esteve envolvida em projectos de grande dimensão. De destacar várias pontes, entre elas a Ponte Presidente Costa e Silva, popularmente conhecida como Ponte Rio-Niterói, onde foi feita a monitorização e encontrada a resolução para os problemas de vibrações devido ao tráfego rodoviário e vento. Iniciado a título individual pelo Eng.º Ronaldo Battista, o projecto teve origem antes mesmo da formação da empresa e foi um dos primeiros desafios da mesma. Foram aplicados 32 Atenuadores Dinâmicos Sintonizados – ADS's (sistemas de controlo de vibrações). Neste projecto o grande responsável pelas vibrações excessivas era o vento, e esta ponte é, até onde o autor possui conhecimento, uma das pontes no mundo onde as vibrações do tipo aeroelástico foram resolvidas com sucesso. Neste momento decorre ainda um projecto de calibração do sistema e medições com vista a melhoramentos no processo de fadiga do aço da ponte devido ao tráfego.

O estádio do Maracanã foi outro grande projecto onde foram atenuadas as vibrações causadas pelo movimento sincronizado das claques organizadas, principalmente em jogos de grande afluência. Neste caso, o foco dos problemas concentrava-se nas pessoas e na sua acção. Os dois principais objectivos de controlo de vibrações consistiam em precaver a fissuração do betão estrutural por um lado, e por outro evitar vibrações desconfortáveis aos seus usuários. O desconforto causado por oscilações excessivas é determinante no caso de equipas técnicas de imprensa que utilizam material com elevada sensibilidade. Actuou-se em 3 sectores do estádio, e em cada um instalaram-se 12 ADS's perfazendo um total de 36.

Outro projecto que não podia deixar de ser referido prendeu-se com a alteração estrutural e isolamento de vibrações de uma plataforma petrolífera. Actuou-se especificamente na estrutura metálica de suporte de motores eléctricos e bombas hidráulicas que constituem um sistema de purificação de água e consequente injeção nos poços de petróleo de modo a induzir variações de pressão. O cliente que requisitou os serviços da *Controllato* foi a multinacional *Petrobrás* e a plataforma em questão, P51, é a maior em actividade no Brasil, localizando-se na Bacia de Campos, no estado do Rio de Janeiro. Nesta situação era necessário controlar oscilações originadas por maquinaria pesada inerente ao processo de exploração petrolífera e toda a pesada estrutura acessória envolvente.



Fig.1.1 – Logótipo da empresa Controllato, [15]

1.3. OBJECTIVOS

Uma vez que esta tese foi desenvolvida em ambiente profissional, pretende-se retirar o máximo proveito da vida profissional a que o autor esteve sujeito e apresentar de uma forma prática alguns conceitos relativos ao controlo de vibrações em pontes pedonais, várias vezes explorados por outros autores, noutras dissertações, [1], [6], [7], [13]. Desde a percepção do problema, à sua solução, acompanhando todos os passos e dúvidas que tenham surgido na busca da sua resolução. Apesar de ser um trabalho de carácter prático serão, explanados sempre que se considere relevante, os fundamentos teóricos que servem de base aos conceitos práticos.

Não deve ser ignorado o facto de esta tese ter sido realizada no Brasil e não em Portugal. Os métodos e rotinas de trabalho são inerentes ao local onde se desenvolve qualquer tipo de actividade. Embora os conceitos actuais da dinâmica de estruturas advenham de referências internacionais, ficará também marcado como os problemas de vibrações de estruturas são abordados neste país.

No actual capítulo, é feita a introdução ao tema da tese, apresentada a empresa onde foi realizado o estágio e são referidos os principais objectivos.

Do segundo capítulo, consta uma breve exposição sobre os problemas de vibrações e soluções típicas em pontes pedonais, apresentando-se alguns casos práticos.

No terceiro capítulo, é feita uma descrição pormenorizada da estrutura em análise. São apresentados desenhos interpretativos da ponte e são referidos pormenores construtivos que influenciam, de alguma maneira, a posterior análise dinâmica.

Do quarto capítulo consta o ensaio experimental. Apresentam-se os procedimentos seguidos, bem como toda a descrição do material necessário à aquisição de dados. No final, são expostos os resultados e sua interpretação.

No quinto capítulo, faz-se a descrição do modelo numérico desenvolvido através da constante correlação com o modelo experimental, até obter resultados satisfatórios. As características dinâmicas da estrutura são finalmente apresentadas.

No sexto capítulo, apresenta-se a caracterização da acção humana sobre a estrutura e sua modelação. É apresentada a formulação matemática e a programação da mesma. Os conceitos teóricos associados ao processo também são explicitados.

No sétimo capítulo, são comparados os valores obtidos com a regulamentação existente de forma a permitir a identificação de ocorrência de vibrações excessivas ou não.

No último capítulo, reúnem-se as conclusões do trabalho e verifica-se se os objectivos propostos foram concretizados, culminando com algumas perspectivas de desenvolvimentos futuros da matéria tratada neste trabalho.

2

ANÁLISE DE VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIS

2.1. PROBLEMAS COMUNS EM PONTES PEDONAIS

Os problemas de vibrações em pontes pedonais podem ser agrupados em duas classes: os que apresentam riscos para a segurança estrutural, que levam a estrutura ao E.L.U. – estado limite último; e os que não apresentam risco de colapso mas violam o E.L.S. – estado limite de serviço.

Embora o primeiro estado limite seja muito importante, o segundo também o é. Naturalmente que é fulcral que a estrutura seja segura e que não atinja a rotura devido a vibrações excessivas pois isso teria graves consequências sociais e humanas.

Mas a segunda classe de problemas deve também ser cumprida. Embora não seja a integridade estrutural que esteja em questão, os factores relacionados com a utilização da ponte e o seu desempenho em serviço estão em causa e devem também ser respeitados para que a ponte possa ser utilizada da forma para a qual foi pensada e projectada.

Os principais agentes de instabilidade em pontes pedonais são, como já foi referido, os próprios utilizadores e também o vento. Neste trabalho será abordado apenas o efeito da acção humana, nomeadamente o caminhar do peão – acção mais comum e frequente.

As pontes são sensíveis ao movimento dos peões, principalmente quando a frequência provocada pelos mesmos se aproxima de uma frequência natural da estrutura. As frequências naturais da ponte dependem de suas características físicas, como rigidez, massa e amortecimento, que são inerentes à tipologia, bem como ao tipo de material da estrutura. Este fenómeno de aproximação de frequências torna-se ainda mais gravoso quando as cargas dinâmicas são de grande intensidade, como por exemplo, quando vários peões entram em ritmo sincronizado. Se uma multidão obtiver uma frequência de passada próxima, ou mesmo igual a uma frequência natural da ponte, naturalmente que será mais gravoso que apenas uma pessoa, uma vez que a intensidade da carga transmitida será maior. Apesar disto, a sincronização generalizada de uma multidão, com frequências excitadoras próximas da frequência natural da estrutura é um acontecimento de baixa probabilidade.

O exemplo mais clássico para se perceber este fenómeno consiste na passagem de um grupo de militares em marcha sincronizada por uma ponte. Este caso traduz um raro momento de sincronia perfeita de caminhares com grande intensidade o que pode ser problemático. Assim, os militares sabem que, nestas situações, devem parar a marcha e caminhar normalmente. Caminhar normalmente entenda-se como aleatoriamente, uma vez que o mais natural é as pessoas andarem dessincronizadas.

Em condições normais, o movimento das pessoas é descoordenado, o que acaba por não ter um efeito tão gravoso do ponto de vista das vibrações. Isto acontece porque na verdade, os movimentos contrários e desordenados de indivíduo para indivíduo acabam por atenuar o efeito uns dos outros não provocando problemas de maior. Desta forma, é reconhecido que os peões sobre a estrutura podem contribuir com amortecimento adicional à estrutura devido ao efeito descrito.

Conclui-se que, embora possa parecer contraditório, a realidade é que uma pessoa pode ter efeitos mais nefastos, do ponto de vista de vibrações, do que uma multidão de pessoas caminhando aleatoriamente.

Deve ser referida a exceção a este fenómeno no caso de vibrações laterais de pontes pedonais. Se por um lado, as multidões podem originar menos problemas do que apenas uma pessoa no que diz respeito às vibrações verticais, no caso de movimentos laterais já não se pode dizer o mesmo.

Os efeitos mais expressivos do peão ao caminhar são as acelerações verticais provocadas. O andamento é alternado pelos passos direitos e esquerdos e para manter o equilíbrio, por atrito com a superfície, o peão cria também acelerações laterais, embora de menor intensidade. Isto acontece porque a carga transmitida não é coincidente com o eixo vertical de simetria da pessoa, logo transmite-se uma pequena força horizontal. Na Figura 2.1 são representadas as forças aproximadas transmitidas para uma pessoa de estatura média. Este valor é aproximado pois há alguns factores que fazem com que haja alguma variação nos diferentes casos, nomeadamente, o peso e a forma de caminhar da pessoa que pode intensificar mais a carga transmitida ou o calçado utilizado, que introduz algum amortecimento à própria acção. Tomando como exemplo, se a pessoa utilizar sapatilhas em vez de calçado de sola dura, a carga transmitida vai ser menor porque as sapatilhas têm sola mais flexível e, consequentemente, maior amortecimento.

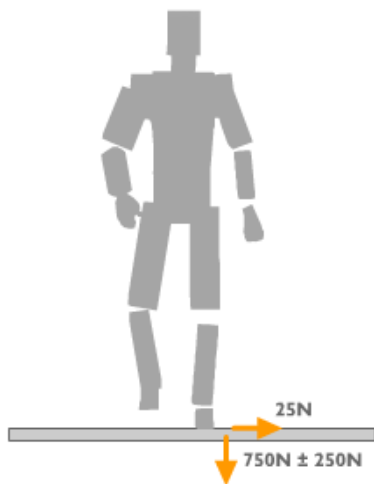


Fig.2.1 – Cargas médias transmitidas por uma pessoa, [14]

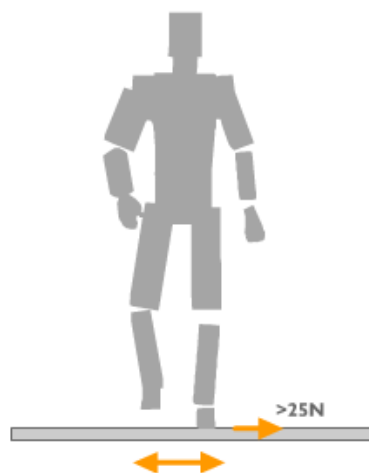


Fig.2.2 – Efeito *lock in* nos peões, [14]

As pontes pedonais são dimensionadas com maior rigidez no eixo vertical, uma vez que a principal e maior excitação por parte dos peões é vertical. No entanto, a rigidez transversal não deve ser, de todo, desprezada. O ser humano é muito menos tolerável a movimentos laterais do que a verticais (para vibrações de baixa frequência). A sua percepção é muito maior nestes casos e se a estrutura apresentar

níveis de vibração demasiadamente notórios as pessoas vão reagir ajustando o seu caminhar às oscilações.

Este fenómeno de excitação lateral sincronizada, denominado de *lock in*, leva a que todas as pessoas se movimentem da mesma forma, intensificando ainda mais, embora que de forma inconscientemente, as translações laterais. Traduzido esquematicamente pela Figura 2.2, este efeito faz com que todas as pessoas reajam de igual forma aos movimentos horizontais da estrutura e aumenta a carga lateral transmitida pela pessoa. Assim, a frequência deste tipo de movimento aumenta e aproxima-se da frequência natural da ponte para esse modo de vibração, acabando a mesma, por entrar em ressonância.

Este fenómeno é mais notório em estruturas com pouco amortecimento, peso próprio reduzido e consequentemente menor rigidez. Usualmente estruturas metálicas. As estruturas de betão normalmente apresentam melhores características relativamente a estes problemas.

2.2. TÉCNICAS DE CONTROLO

Existem fundamentalmente duas formas de actuar sobre estruturas com níveis de vibração excessivos:

- Uma delas passa por aumentar a rigidez da estrutura, aumentando também as respectivas frequências naturais, evitando assim a proximidade com as frequências de passada dos peões. Esta solução obriga, na maior parte dos casos, a fortes alterações no projecto. Alterações visuais ou mesmo funcionais fazem com que esta opção seja, na maioria dos casos, posta de parte. Além disso, esta solução apresenta também custos elevados por força das alterações ao nível do projecto.
- Outra solução possível, cada vez mais comum, passa pelo aumento do amortecimento da estrutura através da utilização de técnicas de controlo. Estes dispositivos podem ser classificados como dispositivos passivos, semi-activos ou activos, segundo o seu modo de funcionamento. Desta forma, melhoram-se as características dinâmicas da estrutura de uma forma simples, podendo envolver custos não tão elevados como a opção anterior. Além disso, com esta solução é possível actuar sobre a estrutura já depois de estar construída, sem grandes alterações da sua arquitectura.

As técnicas de controlo passivo baseiam-se em pressupostos físicos básicos e apresentam bons níveis de dissipação de energia, não necessitando de qualquer fonte de energia exterior. Este facto, acrescido à sua boa relação custo/eficácia e simplicidade de execução, transforma este tipo de dispositivos numa das opções mais viáveis e atractivas utilizadas no domínio da Engenharia Civil.

São exemplos deste tipo de dispositivos, os ADS's - Atenuadores Dinâmicos Sintonizados, também designados por TMD's - Tuned Mass Dampers, bem como amortecedores viscosos, sem nomenclatura própria. Uma das limitações existentes neste tipo de sistemas prende-se com o facto de estes apenas poderem apresentar resultados positivos para uma dada frequência. Ou seja, se a estrutura apresentar vários modos de vibração dentro da faixa de frequências de risco de ressonância, terão que se aplicar múltiplos ADS's, uma vez que cada um só pode apenas ser calibrado para uma determinada frequência. Todavia, em vários casos, o controlo do primeiro modo (na frequência fundamental), é suficiente para diminuir significativamente as vibrações.

Usualmente utilizadas noutras áreas, por exemplo na engenharia aeronáutica, as técnicas de controlo activo são mais sofisticadas e apresentam melhores perspectivas de eficácia. No entanto, exigem uma fonte de energia exterior ficando dependentes das mesmas. No caso da ocorrência de sismos este facto

pode ter graves consequências, porque no caso de a estrutura ficar sem acesso à fonte de energia (comum no caso de sismos de elevada magnitude), a estrutura fica absolutamente vulnerável do ponto de vista das vibrações. Além disso o seu custo, tanto de implementação como de manutenção, é substancialmente mais elevado do que o dos sistemas passivos.

Neste contexto tem-se procurado soluções intermédias que conjuguem as vantagens de cada uma das soluções referidas. Estes sistemas tomam o nome de semi-activos e têm sofrido um grande desenvolvimento nos últimos anos pois ultrapassam a dificuldade de adaptabilidade dinâmica dos sistemas passivos, ao mesmo tempo ultrapassam também a questão económica e de fiabilidade dos sistemas activos.

Representado na Figura 2.3, um ADS é constituído por uma massa m adicional que é fixada à estrutura através de uma mola com rigidez k e um amortecedor c , dispostos em paralelo. Esta massa será activada quando a estrutura estiver a vibrar segundo a frequência para a qual o ADS está sintonizado. Ao ser activado, o ADS actua sobre a estrutura contrariando a tendência do seu movimento, reduzindo assim, as amplitudes de vibração para valores mais aceitáveis.

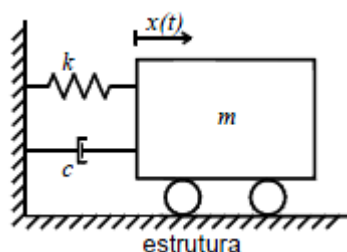


Fig.2.3 – Representação esquemática de um ADS

As características da estrutura, como a rigidez, são sempre pensadas a nível de projecto de modo a evitar problemas de vibração. No entanto, é cada vez mais frequente prever sistemas de controlo na fase de projecto devido à sua facilidade de execução e fiabilidade. Para além das referidas vantagens dos sistemas de controlo de vibrações, a verdade é que a previsão de possíveis vibrações não é completamente linear e muito menos a sua resolução através da rigidez da estrutura.

2.3. EXEMPLOS PRÁTICOS

2.3.1. MILLENIUM BRIDGE

Um dos casos mais conhecido e comentado pela comunidade científica foi a recente Ponte *Millenium* (Figura 2.4), na cidade de Londres. Foi projectada pela empresa Inglesa *Ove Arup*. Inaugurada oficialmente a 10 de Junho de 2000, a Ponte *Millenium* atravessa o rio Tamisa e é a maior ponte pedonal do mundo, [14]. Com um comprimento total de 325 metros, vai desde a catedral *St.Paul's* até a galeria/museu *Tate Modern*.

No dia da inauguração, entre 80 e 100 mil pessoas atravessaram a ponte. A ponte estava dimensionada e preparada para receber a carga de milhares de pessoas e como todas as pontes, estava sujeita a alguns deslocamentos que seriam normais dentro de determinada ordem de grandeza.

No entanto, os movimentos horizontais e posteriormente torsionais começaram a desenvolver-se com a passagem das pessoas. Este acontecimento despertou alguma inquietude e preocupação por parte da

multidão, à medida que aumentavam as oscilações. O deslocamento máximo da estrutura foi no meio vão, na zona central, onde se chegou a registar 70mm de translação.



Fig.2.4 – Ponte *Millenium* em Londres

Passados dois dias, a ponte foi fechada ao público para se estudar o que tinha acontecido e resolver o problema. O fenómeno que ocorreu foi o, já descrito, fenómeno de *lock-in*. Quanto mais peões sincronizaram o seu movimento com o deslocamento lateral da estrutura, maior foi o deslocamento da mesma, ou seja, os peões funcionaram como elemento amplificador do deslocamento da estrutura.

As vibrações produzidas pela acção humana apresentavam frequências correspondentes, aproximadamente, ao primeiro modo de vibração da estrutura, com uma frequência de 0.80Hz no vão do lado sul, e no vão central, correspondentes ao primeiro e segundo modo de vibração, respectivamente 0.48Hz e 0.95Hz.

O problema foi resolvido com recurso a técnicas de controlo passivo: atenuadores dinâmicos sintonizados (ADS) e amortecedores viscosos.

Os amortecedores viscosos foram implementados sob a plataforma da ponte, em torno dos pilares, e visaram a solução das vibrações laterais. À medida que a plataforma inicia o balancear, o movimento é transmitido ao amortecedor viscoso que actua reduzindo as vibrações. O amortecedor é alongado e comprimido conforme o sentido das oscilações dissipando assim a energia criada – Figura 2.5.

Na Figura 2.6 é representado um dos ADS's aplicados à estrutura, também localizados por baixo do tabuleiro destinados a controlar movimentos verticais. Foram instalados 52 ADS's na compatibilização da solução.

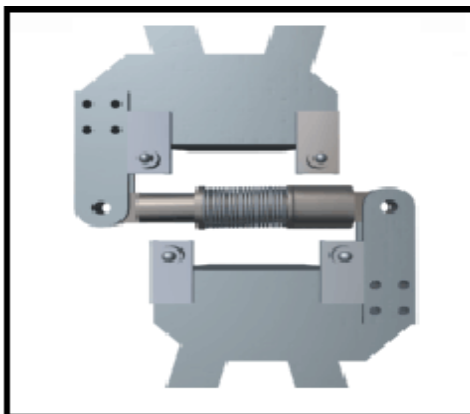


Fig.2.5 – Amortecedor viscoso, [14]

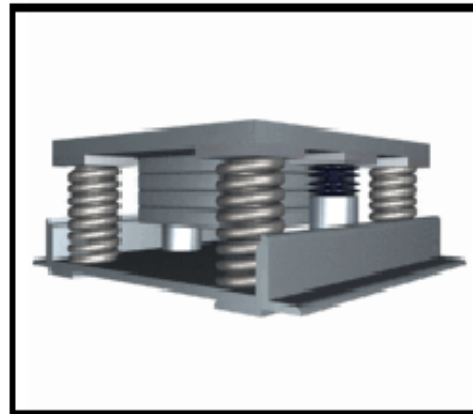


Fig.2.6 – ADS, [14]

Este caso ficou mundialmente conhecido e alertou a comunidade internacional de engenheiros e projectistas para o problema de vibrações em pontes pedonais, principalmente para as vibrações laterais, pois nunca se tinha assistido a tal demonstração do fenómeno da excitação lateral por sincronização lateral - *lock-in*.

2.3.2. PONTE PEDRO E INÊS

A Ponte Pedro e Inês situa-se na cidade de Coimbra e liga as duas margens do rio Mondego, em Portugal. Projectada pela empresa *AFAssociados*, liderada pelo Eng. Adão da Fonseca, em colaboração com o grupo *Ove Arup*, liderado por Cecil Balmond, foi inaugurada a 26 de Novembro de 2006, [3].

A ponte, representada na Figura 2.7 tem 275 metros de comprimento por quatro de largura e é constituída por um arco parabólico vencendo um vão central de 110 metros e outros dois laterais mais pequenos. Os arcos de suporte são de aço enquanto o tabuleiro suportado pelos mesmos é de betão e aço. Apresenta uma característica invulgar na sua geometria: observando a planta da ponte encontra-se um desalinhamento do tabuleiro aproximadamente a meio vão.



Fig.2.7 – Vista lateral da ponte Pedro e Inês, [3]

Esta estrutura apresenta frequências de vibração lateral da ordem dos 0.9 Hz, valor próximo da metade da frequência de passada dos peões, o que a torna susceptível de excitação e às consequentes vibrações indesejadas. O segundo modo de vibração, com 1.54 Hz de frequência natural, apresenta componentes modais simultaneamente na direcção vertical e transversal.

Face aos estudos dinâmicos realizados, percebeu-se como esta estrutura seria sensível do ponto de vista da análise de vibrações, principalmente tendo em conta o caso relativamente recente da ponte *Millenium*. A ponte apresentava uma frequência lateral considerada crítica e o fenómeno de excitação lateral sincronizada era muito provável que ocorresse. Assim, foram instalados 8 ADS's em toda a ponte de modo a prevenir oscilações, tanto verticais como horizontais. Na Figura 2.8 apresentam-se os ADS's instalados a meio vão para prevenir movimentos laterais, aos quais a estrutura se percebeu ser muito vulnerável.

Com base em exemplos anteriores do fenómeno de *lock in*, fizeram-se ensaios com várias pessoas em passagem contínua, aumentando de uma forma gradual a densidade de pessoas, para perceber a resposta da ponte à multidão. Os resultados revelaram-se muito interessantes: percebeu-se que as acelerações laterais eram crescentes com o aumento do número de peões, no entanto sofria um aumento brusco à volta das 75 pessoas, como demonstrado na Figura 2.9. Este resultado está em

concordância com a “fórmula do Millenium” que permite, para pontes com frequências naturais próximas de 1Hz, prever o número crítico de pessoas, no que diz respeito ao fenómeno de *lock in*, expressa pela Equação 1, [3].

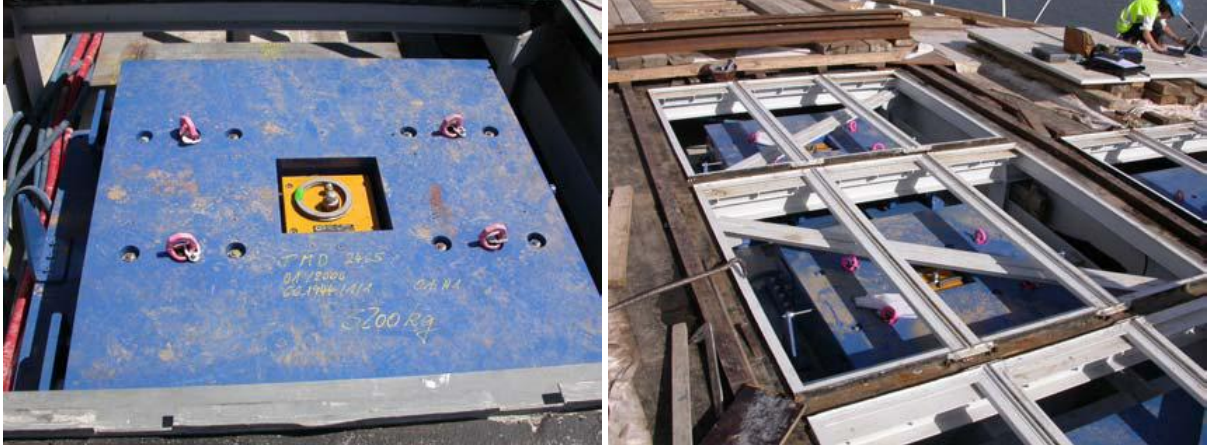


Fig.2.8 – ADS’s Horizontais instalados no meio vão, [3]

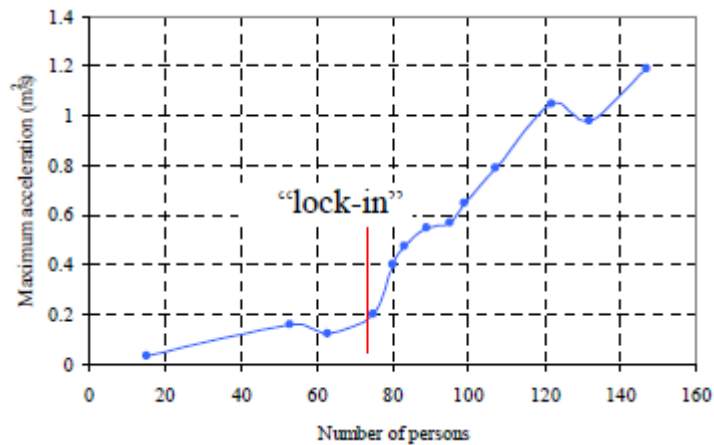


Fig.2.9 – Variação da aceleração no meio vão tendo em conta o número de peões, [3]

$$N_L = \frac{8.\pi.\xi.M.f_n}{K'} \quad (1)$$

Onde f_n , M e ξ são respectivamente, a frequência natural, a massa modal e o quociente de amortecimento crítico, e K' é uma constante que toma o valor de 300Ns/m para frequências entre 0.5 e 1Hz.

Esta expressão é de grande utilidade pois através dela consegue-se prever o número crítico de pessoas para despoletar este fenómeno ou então, prevendo a utilização de uma ponte por um determinado número de pessoas, estimar o amortecimento necessário para que as acelerações laterais estejam dentro de parâmetros que se considerem aceitáveis.

3

DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA EM ANÁLISE

3.1. LOCALIZAÇÃO

O caso de estudo deste trabalho concentrou-se numa ponte pedonal sobre uma das principais vias da cidade, denominada *Linha Vermelha*. Esta via rápida atravessa grande parte da cidade e liga a zona sul à zona norte, dando acesso ao Aeroporto Internacional do Rio de Janeiro. É, como se pode perceber, uma importante artéria rodoviária da cidade e é caracterizada por apresentar diariamente um tráfego intenso.

A ponte pedonal permite que os seus utilizadores possam atravessar esta via de uma extremidade para a outra e é também ela, muito movimentada. De um lado situa-se o Hospital Universitário da Ilha do Fundão e no lado oposto, a outra borda da *Linha Vermelha* muito próxima da Avenida Brasil. A partir deste ponto as extremidades serão referenciadas como Hospital e Av. Brasil.

A ponte em estudo é apresentada na Figura 3.1, dando acesso ao Hospital Universitário (no fundo da imagem). São expostas mais fotografias no anexo A1.



Fig.3.1 – Ponte pedonal sobre a Linha Vermelha

3.2. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

3.2.1. DIMENSÕES GERAIS

Um dos principais problemas existentes foi o facto de a empresa não ter tido acesso ao projecto da ponte. O estudo do caso prático iniciou-se assim, com base nas informações recolhidas *in situ*. Todavia, existiu sempre alguma incerteza relativa tanto a dimensões e espessuras como, por exemplo, a condições de apoio. Desta forma, todas as dimensões e características aqui apresentadas foram medidas directamente na ponte e apresentam, como é natural, algum erro devido à pouca precisão dos meios expeditos utilizados.

A superestrutura da ponte é contínua e é constituída por três vãos com 38.50, 34.20 e 33.50 metros de comprimento, alcançando um comprimento total de 106.20 metros. O presente estudo incidirá sobre o maior vão, e a partir deste ponto apenas se vai considerar esse mesmo vão. Neste caso, o vão de 38.50 metros. É o vão adjacente ao lado correspondente à Av. Brasil.

As Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 clarificam as características geométricas do referido vão da estrutura. Expõe-se um corte longitudinal, um corte transversal a meio vão, e uma planta, respectivamente. Podem observar-se as dimensões gerais da ponte através destas figuras.

A distância entre nós é quase sempre 2.85m, excepto junto aos apoios onde muda ligeiramente como identificado nas figuras. A altura e a largura são, em traços gerais, de 2,4m.

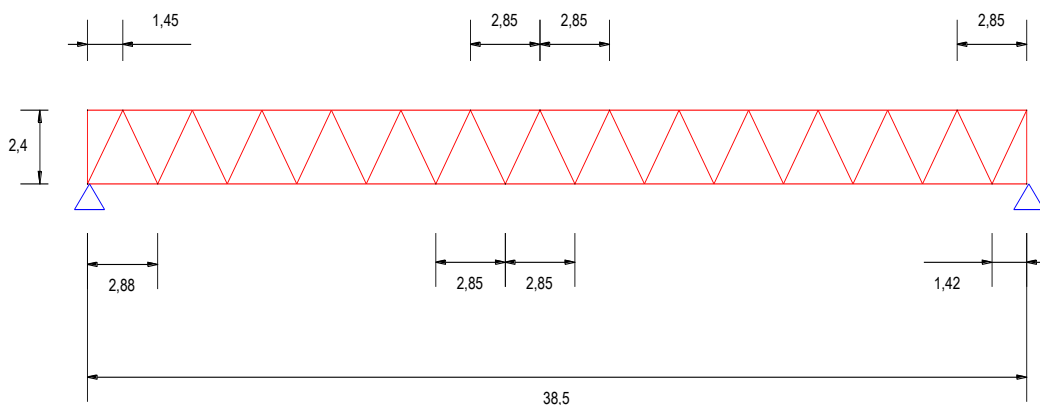


Fig.3.2 – Corte longitudinal

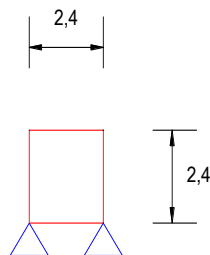


Fig.3.3 – Corte transversal a meio vão

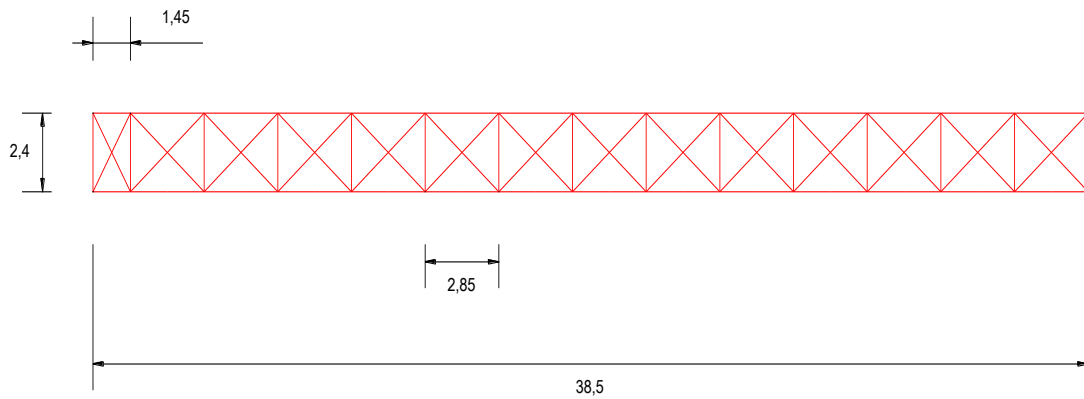


Fig.3.4 – Planta

3.2.2. SECÇÕES

Para terminar a definição das características geométricas são apresentados nas Figuras de 3.5 a 3.8 alguns cortes, de modo a perceber as dimensões transversais dos diferentes elementos aço, nomeadamente das diagonais laterais das travessas inferiores e superiores, representados nos cortes AA', BB' e CC'. Na Figura 3.7 é apresentado o corte DD' que expõe a secção transversal dos tirantes horizontais superiores e inferiores, iguais entre si. Não foi possível a obtenção das espessuras uma vez que as chapas estavam soldadas e fechadas. Assim, o acesso vedado a uma vista transversal dos elementos em aço impossibilitou o conhecimento da informação das espessuras.

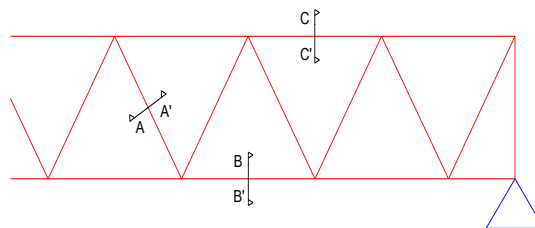
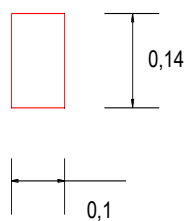
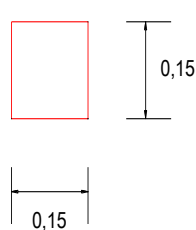


Fig.3.5 – Trecho de corte longitudinal identificando a posição dos cortes AA' BB' e CC'

CORTE AA'



CORTE BB'



CORTE CC'

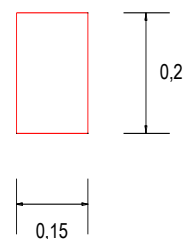


Fig.3.6 – Cortes AA' BB' e CC'

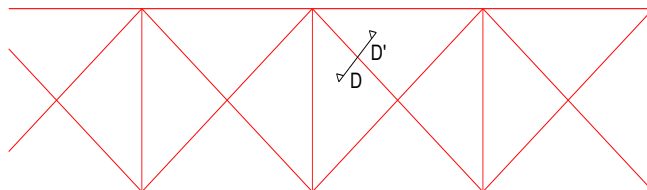


Fig.3.7 – Trecho de planta identificando a posição do corte DD'

CORTE DD'

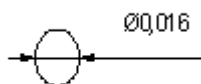


Fig.3.8 – Corte DD'

3.3. PROPRIEDADES GERAIS E PORMENORES CONSTRUTIVOS

A ponte pedonal sobre a Linha Vermelha é constituída maioritariamente por elementos de aço conjugados com painéis pré-moldados de betão armado.

O tabuleiro inferior e superior, respectivamente piso e cobertura da passarela, são compostos por painéis de betão. Cada painel de betão é constituído por 5 placas. As placas inferiores encontram-se orientadas segundo o eixo longitudinal da ponte, enquanto que as superiores se encontram transversais ao eixo da ponte. Este pormenor é visível nas Figuras 3.9 e 3.10. Horizontalmente, no mesmo plano dos painéis de betão, a estrutura apresenta dois tirantes que cruzam a diagonal do elemento. Estes pormenores são visíveis na Figura 3.10.

De igual forma, através de cortes e plantas, são explicitados nas Figuras 3.11 e 3.12 as medidas gerais dos painéis de betão.



Fig.3.9 – Placas de betão inferiores



Fig.3.10 – Placas de betão superiores e tirantes

De modo a poder definir-se o peso próprio dos elementos em betão armado são agora apresentadas as medidas de cada placa pré-moldada de betão armado, representadas respectivamente nas Figuras 3.11 e 3.12.

Uma vez que não se teve acesso ao projecto, não havia certeza da classe de betão e do seu peso específico. No entanto, estimou-se uma classe de betão de resistência característica f_{ck} de 15MPa e um peso específico médio ρ de 25kN/m³. Tomando como base as dimensões explicitadas nas Figuras 3.11 e 3.12, é apresentado o cálculo do peso próprio dos painéis de betão inferior e superior, dado importante a introduzir no modelo numérico de modo a definir as características da estrutura.

O peso dos elementos de aço é automaticamente calculado pelo programa SAP 2000. À medida que se dá as dimensões e espessuras, o programa multiplica o volume de aço pelo seu peso específico, enquanto que o peso do betão é necessário introduzir-se manualmente. Assim, o peso próprio é calculado como o volume da peça de betão multiplicado pelo seu peso específico. A massa total dos elementos é obtida dividindo o peso (N) pela aceleração da gravidade g (m/s²).

Inferior

$$\text{Volume} = (0.05 * 0.20 * 2 + 2.75 * 0.10) * 0.42 = 0.1239 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume, total} = 0.1239 * 5 \text{ peças} = 0.620 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso} = 0.620 * 25 = 15.5 \text{ kN}$$

$$\text{Massa} = 15500 / 9.81 = 1580.02 \text{ kg} = 1.58 \text{ ton}$$

Superior

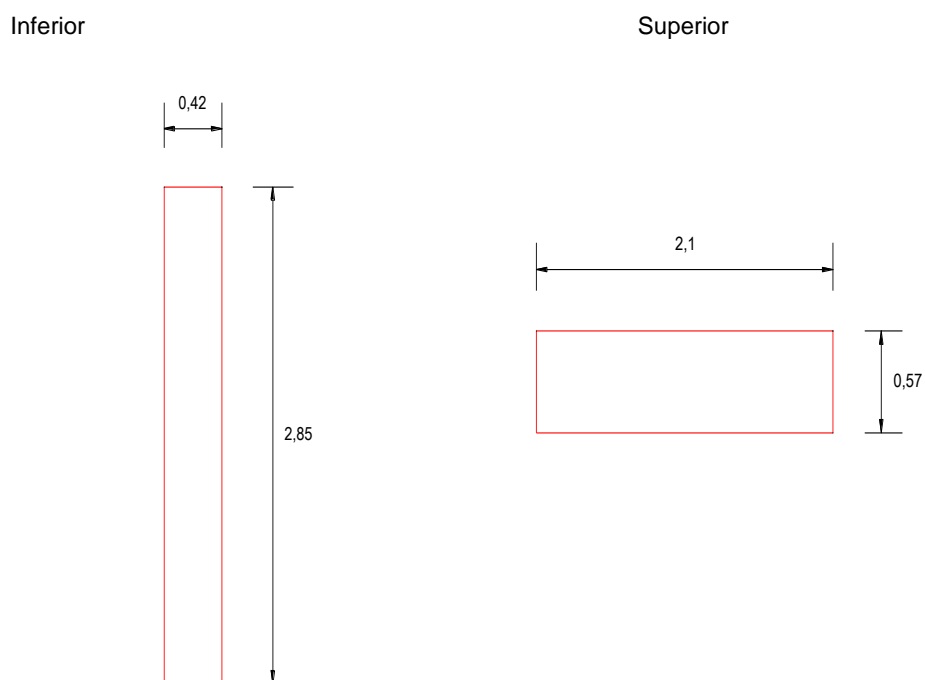
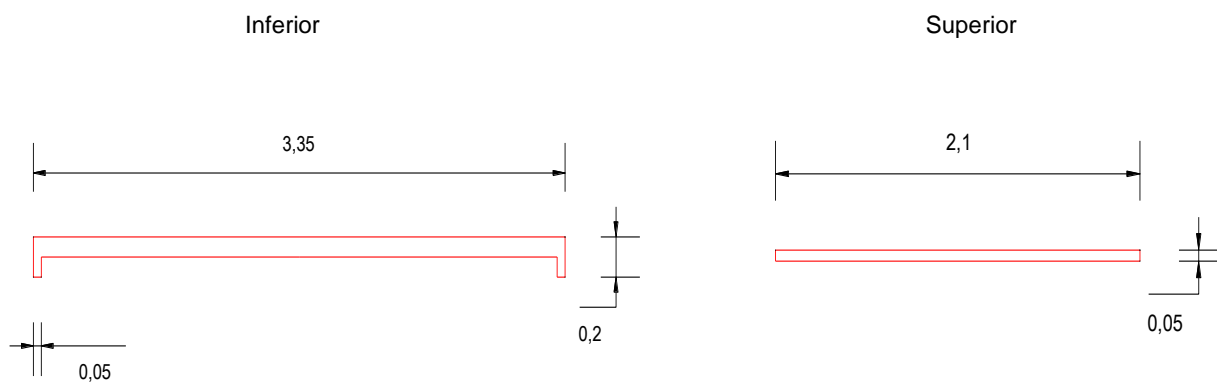
$$\text{Volume} = 2.10 * 0.57 * 0.05 = 0.05985 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume, total} = 0.05985 * 5 \text{ peças} = 0.299 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso} = 0.299 * 25 = 7.48 \text{ kN}$$

$$\text{Massa} = 7480 / 9.81 = 762.5 \text{ kg} = 0.762 \text{ ton}$$

Chegou-se assim ao valor do peso total da estrutura que é 54.477 toneladas.



4

ENSAIOS EXPERIMENTAIS

4.1. INTRODUÇÃO

Os ensaios experimentais assumem um papel fundamental no estudo dinâmico de estruturas. Grande parte da análise é feita com base em modelos que, normalmente têm de ser ajustados à realidade uma vez que nem sempre todos os pressupostos assumidos estão correctos ou alguns não foram tomados em consideração. Aqui entram os ensaios experimentais como confirmação dos modelos numéricos.

A monitorização dinâmica é utilizada para investigação do comportamento e desempenho da estrutura face aos carregamentos actuantes. A identificação das principais características dinâmicas e o diagnóstico do desempenho da estrutura são realizados através da análise dos sinais obtidos pelos sensores electrónicos.

De modo a poder confirmar o modelo numérico e seus resultados, foi feita uma análise experimental que permite retirar algumas conclusões e avançar no estudo da ponte com mais confiança nos modelos adoptados.

Desta forma, foi possível inferir os valores dos modos de vibração e frequências de resposta a várias formas de excitação da ponte. Seguidamente será apresentada e descrita a coordenação do ensaio, bem como os seus resultados e análises interpretativas.

4.2. MONITORIZAÇÃO

4.2.1. MATERIAL

Foi utilizado o seguinte material na instrumentação:

- 4 Acelerómetros 1g
- 1 Cabo blindado;
- 1 Equipamento *National* com 1 módulo de 4 canais;
- 1 Computador portátil

Os acelerómetros, montados em chapas metálicas, foram fixados à estrutura através de grampos metálicos de compressão, Figura 4.1

A Tabela 1 apresenta uma lista dos acelerómetros resistivos – marca KYOWA, modelos ASW1A – à prova de água e com capacidade de leitura de 1g, (g = aceleração da gravidade) e faixa de frequência 0-50 Hz. Nesta tabela os sensores são discriminados pelo seu número de série e constante de calibração, além da nomenclatura adoptada no plano de instrumentação (Figuras 4.2 a 4.4).

O sistema de aquisição automática e simultânea de todos os sinais dos sensores é composto por dois condicionadores de sinais acoplados, modelo ADS2000 da *LYNX equipamentos Electrónicos Ltda* e um computador portátil, provido de “software” especial para aquisição e processamento dos sinais digitalizados com alta resolução ($> 10^3$ pps).

Tabela 1 – Características dos acelerómetros utilizados

Acelerómetro	Número de série	Constante de calibração [g/□st]	Capacidade de leitura
ACV1	FL0180006	0,0008703	1g ; 0-49Hz
ACV2	FJ6280007	0,0007937	1g ; 0-49Hz
ACV3	FN9410001	0,0007979	1g ; 0-49Hz
ACT1	FJ6280006	0,0007496	1g; 0-49Hz



Fig.4.1 – Material de fixação de acelerómetros

4.2.2. PLANO DE INSTRUMENTAÇÃO

A instalação dos acelerómetros foi efectuada em vários pontos e direcções da passarela de acordo com o plano de instrumentação apresentado nas Figuras de 4.2 a 4.4, onde são mostradas as posições dos quatro sensores instalados. ACV1, ACV2 e ACV3 são, respectivamente, os acelerómetros verticais 1, 2 e 3 enquanto o ACT1 representa o acelerómetro transversal 1.

A instrumentação foi executada pelos técnicos da *Controllato* nos dias 2 de Fevereiro de 2010 e depois dia 10 de Fevereiro de 2010. Por fim, realizou-se um ensaio no dia 4 de Junho onde intervieram os técnicos bem como o autor.

Numa viga bi-apoiada, o ponto crítico de maiores deflexões, é naturalmente a meio vão. Neste caso, e devido às diferentes condições de apoio consideradas, não é exactamente a meio vão mas sim a 17.1 metros da extremidade da Av. Brasil e a 21.4 metros da outra extremidade. Este facto dá-se devido à possibilidade de rotação do apoio junto ao extremo da Av. Brasil. No entanto, será sempre referido como “meio vão” por simplificação.

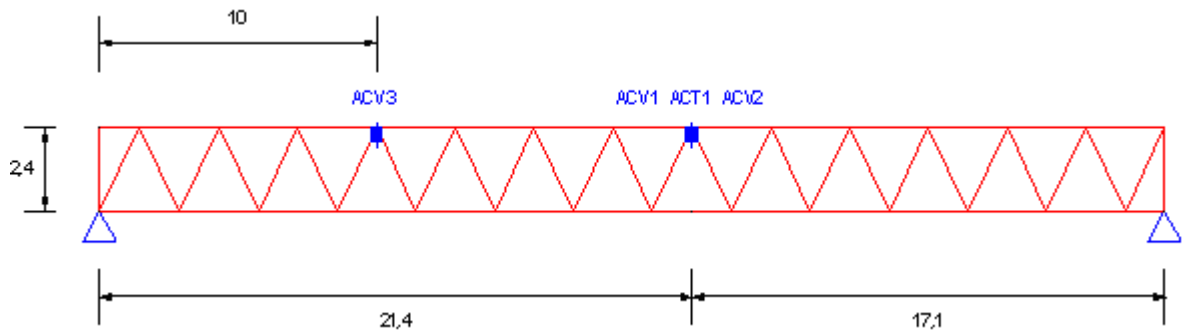


Fig.4.2 – Localização dos acelerômetros (corte longitudinal)

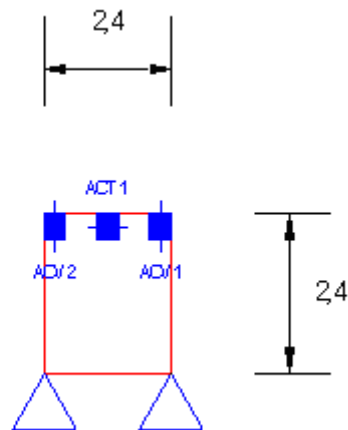


Fig.4.3 – Localização dos acelerômetros (corte transversal no meio vão)

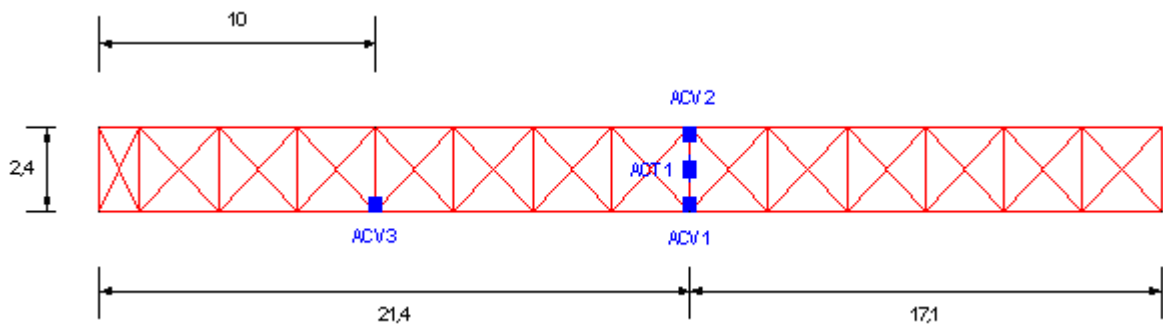


Fig.4.4 – Localização dos acelerômetros (planta)

Nas Figuras 4.5 a 4.8 são representados os acelerômetros ACV1, ACV2, ACV3 e ACT1. Na Figura 4.9 apresenta-se o sistema de aquisição de dados, composto pelo computador portátil e dois condicionadores de sinais acoplados da LYNX.



Fig.4.5 – Acelerómetro ACV1



Fig 4.6 – Acelerómetro ACV2



Fig.4.7 – Acelerómetro ACV3



Fig.4.8 – Acelerómetro ACT1



Fig.4.9 – Sistema de aquisição de dados

4.2.3. CAMPANHAS DE MEDIÇÕES

Foram feitos alguns ensaios experimentais em dias distintos da semana. Os ensaios distinguiram-se pelos procedimentos adoptados e também pela altura em que foram realizados.

Foram realizadas 3 campanhas de medições experimentais, conforme indicado na Tabela 2.

Tabela 2 – Campanhas de medições

Campanha	Data	Tempo de gravação	Acelerómetros activos	Obs.
1	03/02/2010	30min	ACV1; ACV2; ACV3; ACT1	-
2	10/02/2010	45min	ACV1; ACV2; ACV3; ACT1	Gravação em vídeo
3	04/06/2010	27min	ACV1; ACV2; ACV3; ACT1	Gravação em vídeo

A campanha mais precisa foi a campanha 3, fruto da aprendizagem e evolução dos erros cometidos nas duas primeiras. Ainda assim, a campanha 2 foi também consultada de forma a confirmar alguns resultados e comparar detalhes não tão claros como na resposta da campanha 3. A campanha número 1 foi completamente posta de parte devido a inúmeros erros cometidos, nomeadamente, a colocação errada de um acelerómetro, a falta de registo de vídeo (que dificultou a identificação dos vários momentos na resposta) e a falha de algumas situações de carregamento previstas que não foram efectuadas.

4.3. RESULTADOS E SUA INTERPRETAÇÃO

4.3.1. SINAIS

Foi utilizado um programa de aquisição e análise de sinais chamado *AqDados*, da *LYNX equipamentos Electrónicos Ltda* que permite, através dos sinais recolhidos, construir gráficos temporais e possui também ferramentas para construir os seus espectros em frequência. Apresentam-se nos relatórios dos sinais obtidos as medições experimentais contendo gráficos de aceleração x tempo e seus respectivos auto espectros em frequência. Esses gráficos foram construídos tanto para os sinais obtidos ao longo de toda a monitorização dinâmica, quanto para diferentes situações de carregamento específicas, de modo a excitar determinados modos de vibração. As diferentes situações de carregamento são a seguir descritas:

- (a) Situações em que se dão pancadas com os calcanhares no eixo da ponte, a meio vão;
- (b) Situações em que se dão pancadas com os calcanhares na lateral da ponte, a meio vão;
- (c) Situações em que se dão pancadas com o ombro no elemento vertical de aço na lateral da ponte, a meio vão;
- (d) Situação em que se dão pancadas com os calcanhares no eixo da ponte, mas a $\frac{1}{4}$ do vão
- (e) Situação em que se dão pancadas com os calcanhares na lateral da ponte, mas a $\frac{1}{4}$ do vão.
- (f) Situação em que o 1º participante, homem de 80 kg, caminha sobre a ponte (frequência do passo estimada em 1.85Hz)

- (g) Situação em que o 1º participante, homem de 80 kg corre sobre a ponte (frequência da corrida estimada em 2.30Hz).
- (h) trecho em que o 2º participante, homem de 85 kg caminha sobre a ponte (frequência do passo estimada em 1.65Hz)
- (i) trecho em que o 2º participante, homem de 85 kg corre sobre a ponte (frequência da corrida estimada em 2Hz)

Como foi dito, os resultados das medições são dados em gráficos temporais que traduzem respostas acelerações verticais x tempo. Através desses gráficos é possível construir os auto-espectros de frequências e estimar as taxas de amortecimento para cada modo de vibração, nos seguintes subcapítulos expostos.

A Figura 4.10 mostra, para 9 impactos com os calcanhares no eixo da ponte a meio vão (situação de carregamento (a)), a resposta dinâmica típica em termos das acelerações verticais x tempo medidas pelos acelerómetros ACT1, ACV2, ACV1 e ACV3, dispostos conforme o plano de instrumentação. As acelerações são apresentadas em $10^{-3} m/s^2$ e o tempo em s .

Os impactos foram efectuados, tanto quanto possível, sem movimento na ponte, no entanto, nem sempre foi possível e portanto o impacto nunca é totalmente amortecido pela estrutura por haver sempre alguma vibração imposta – por algum peão passando ou até pelo vento.

Pode observar-se nas figuras os 9 picos claramente definidos correspondentes aos impactos e a estrutura a responder logo a seguir, amortecendo, embora não totalmente, a vibração. Esclarece-se de os gráficos dos diferentes acelerómetros não apresentarem todos, a mesma escala, e no caso do ACT1 e ACV3 ter ocorrido um desfasamento em relação ao eixo das abcissas, pormenor depois corrigido no tratamento dos dados.

Os gráficos em função de tempo e respectivos espectros de frequência das restantes situações de carregamento, de (b) a (g), apresentam-se nos anexos de A2 a A15.

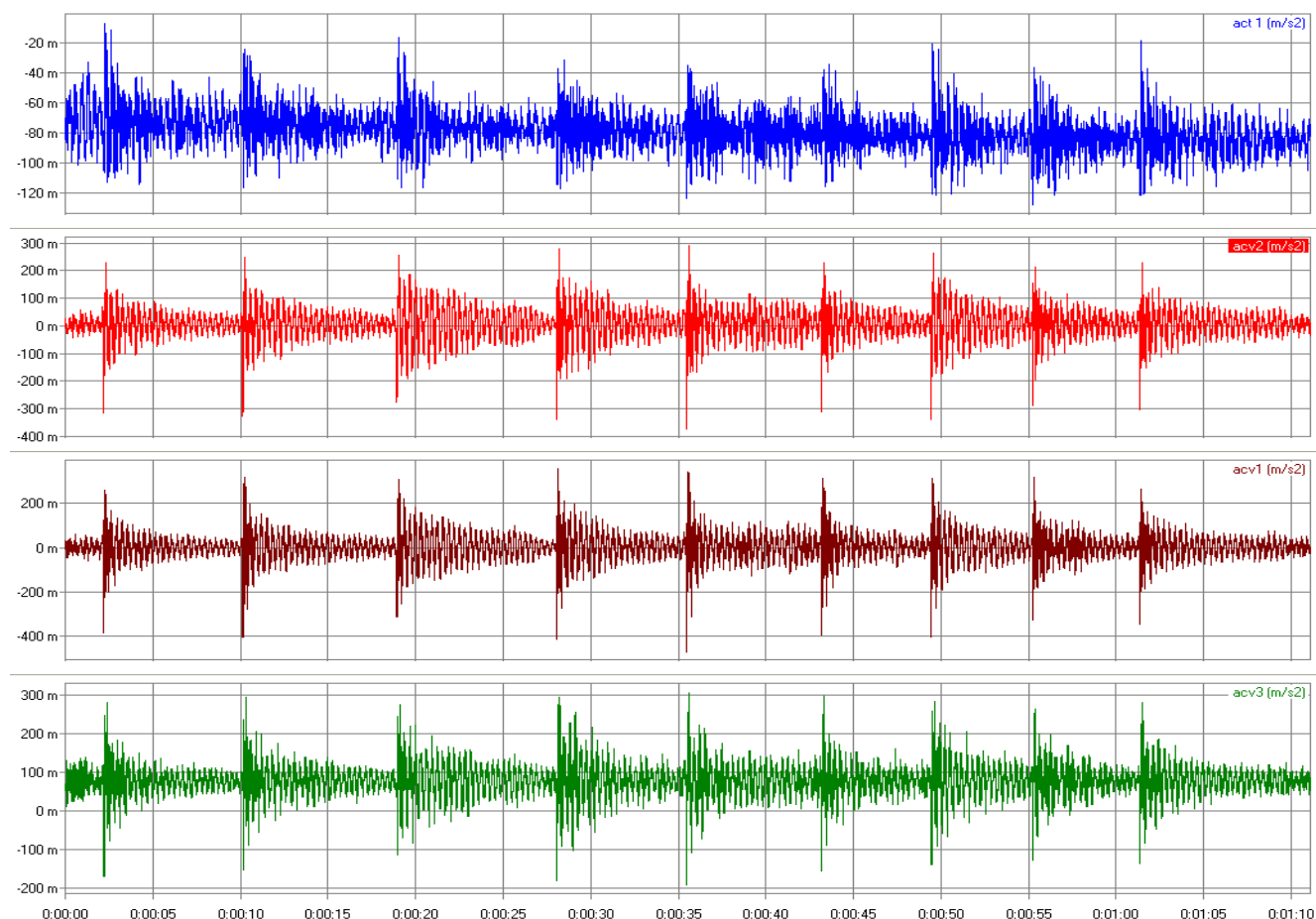


Fig.4.10 – Sinal aceleração x tempo para a situação de carregamento a)

A Figura 4.11 mostra o espectro de frequências da estrutura, obtidos com a aplicação do auto-espectro aos sinais das acelerações produzidas, respectivamente, por impactos no eixo da ponte, a meio vão. O auto-espectro foi obtido para o valor médio quadrático (*rms*) das acelerações com janela *Hanning* e 2^{13} (8192) pontos por amostra. (m/s^2)

No caso deste trecho representativo a) foi possível excitar o 1º modo de vertical de flexão. Assim pode ver-se na Figura 4.11 os picos que anunciam o valor da frequência 3.17 Hz claramente definido nos acelerómetros verticais ACV2, ACV1 e ACV3, respectivamente o 2º, 3º e o 4º gráfico.

Note-se o facto de o acelerómetro transversal ACT1 apresentar valores de *rms* muito inferiores em relação aos outros acelerómetros uma vez que a excitação imposta no caso de carregamento a) mobiliza praticamente apenas os acelerómetros verticais. A vibração transversal é pouco relevante.

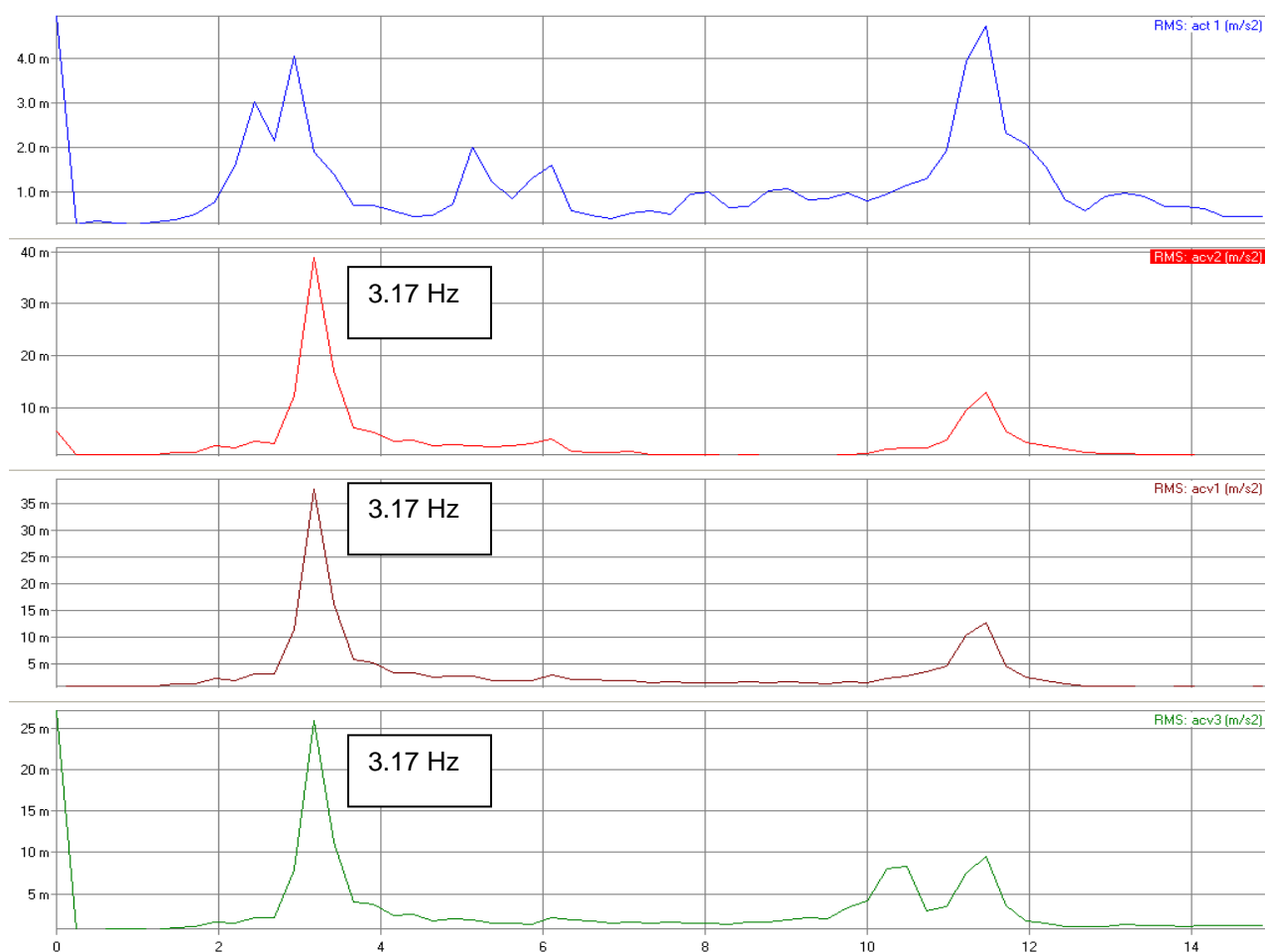


Fig.4.11 – Auto espectro em frequência para a situação de carregamento a)

4.3.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS

Os valores médios das frequências dos modos de vibração que dominam as respostas da superestrutura da ponte ao tráfego pedonal usual são resumidos na tabela 3. Estes valores foram retirados através da interpretação dos vários sinais. As estruturas apresentam modos de vibração, em número infinito, sendo que, neste caso, são apresentados os cinco primeiros modos de vibração, no entanto apenas se vai fazer a análise da estrutura tendo em conta os três primeiros modos.

Tabela 3 – Frequências naturais obtidas experimentalmente

Modos	Frequências (Hz)
1º	2,44 ± 0,06
2º	3,17 ± 0,06
3º	4,15 ± 0,12
4º	5,13 ± 0,12
5º	6,10 ± 0,12

Os modos de vibração da estrutura poderão ser melhor identificadas com o auxílio da modelação numérica da estrutura via Método dos Elementos Finitos (MEF) e são apresentadas no capítulo seguinte.

4.3.3. COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO

4.3.3.1. Introdução

Antes de apresentar os valores estimados para o amortecimento encontrou-se a necessidade de fazer uma ligeira introdução teórica.

O amortecimento de uma estrutura é um dos parâmetros mais difíceis de estimar. É possível saber, através do sinal no tempo, uma estimativa do coeficiente de amortecimento, no entanto será sempre tida em conta alguma incerteza associada a este parâmetro.

O coeficiente de amortecimento revela-se determinante na análise de vibrações, principalmente em situações em que a frequência excitadora se aproxime da frequência natural. A simples análise de um sistema de um grau de liberdade com frequência natural f_n , submetido à acção de uma força sinusoidal de frequência f_p variável, permite tirar conclusões sobre a importância deste parâmetro. A Figura 4.12 é um gráfico que representa o coeficiente de amplificação dinâmica expresso pela Equação 2, em função do quociente η que representa a relação entre a frequência excitadora e a frequência natural, para diferentes quocientes de amortecimento crítico ζ , nomeadamente 0,2%, 0,6% e 1,5%.

$$A_D = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2\zeta\eta)^2}} \quad (2)$$

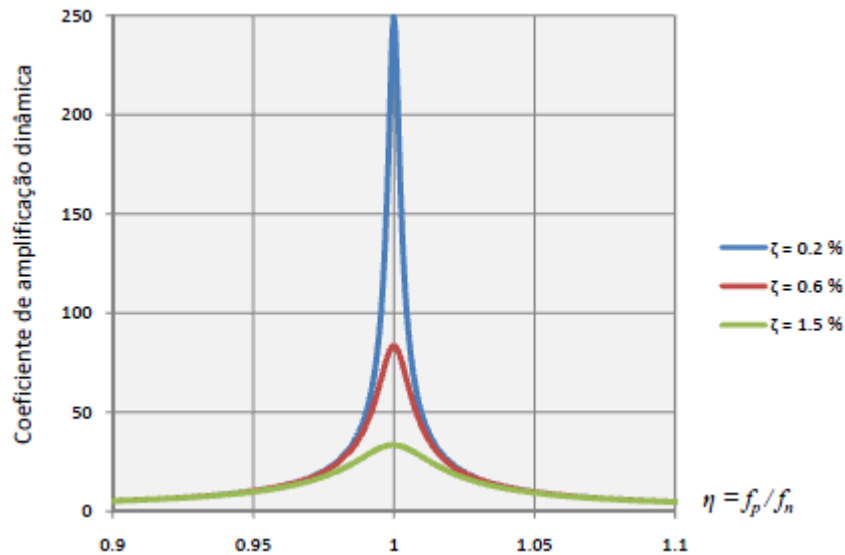


Fig.4.12 – Factor de amplificação dinâmica para diferentes coeficientes de amortecimento, [1]

Como se pode observar, no caso de η se aproximar do valor unitário, ou seja, quanto mais próximas a frequência excitadora e natural estiverem, mais influência o amortecimento terá na resposta. No caso

de uma estrutura apresentar um amortecimento muito baixo e existir uma carga excitadora que se aproxime, em determinado momento, da frequência natural, podem resultar oscilações de elevada amplitude. Assim, nestes casos, é desejável que o amortecimento seja o mais elevado possível, para que a estrutura consiga dissipar toda a energia transmitida. De igual forma, é também desejável que a frequência natural seja a mais elevada possível de modo a evitar a coincidência de frequências (ressonância).

Relativamente aos quocientes de amortecimento crítico, estes foram estimados através dos dados experimentais disponíveis, fazendo uma média de vários troços em que é possível identificar a resposta da estrutura diminuindo as amplitudes de vibração de uma forma gradual e em suposta vibração livre. Para cada modo de vibração foi calculado um quociente de amortecimento crítico.

4.3.3.2. Ajuste linear

Passando ao caso prático em concreto, foi perceptível nos resultados que os valores obtidos tinham um grande desvio padrão. Os valores foram obtidos através da Equação 3:

$$\zeta(\%) = \frac{V_n - (V_{n+m})}{2\pi * n * (V_n + V_{n+m})} * 100 \quad (3)$$

Em que V_n é a ordenada lida na primeira oscilação em vibração livre; V_{n+m} é a ordenada lida na oscilação que tome o valor de aproximadamente metade de V_n ; n é o número de oscilações completas existentes desde V_n até V_{n+m} .

Tentou-se identificar, nos sinais recolhidos, troços onde a estrutura tivesse sido excitada e depois, tanto quanto possível, deixada em vibração livre. Como já foi referido, a vibração nunca é totalmente amortecida, seja pelo vento, seja por alguns peões a passar (o que se evitou ao máximo).

O ajuste de uma função linear à envolvente dos registos temporais filtrados da vibração livre proporcionou estimativas dos coeficientes de amortecimento para os três primeiros modos de vibração, respectivamente da ordem de 4.3%, de 1.8% e de 7.7% para o modo transversal, vertical e de torção.

Na tabela 4 apresentam-se os valores encontrados para vários troços e a respectiva média para encontrar os valores dos coeficientes de amortecimento para cada modo de vibração. De modo a isolar-se o efeito dos diferentes modos de vibração, foram utilizados filtros para que se conseguisse fazer o ajuste à resposta influenciada por determinado modo de vibração.

O sinal analisado para encontrar a taxa de amortecimento do modo lateral foi o ACT1 na situação de carregamento c) em que se deram pancadas com o ombro na lateral da estrutura de modo a excitar este modo de vibração.

O sinal analisado para encontrar a taxa de amortecimento do modo vertical foi o ACV1 na situação de carregamento a) em que se deram pancadas com os calcanhares no eixo da estrutura a meio vão de modo a excitar este modo de vibração. Poderia também ter sido no ACV2, uma vez que se encontrava também a meio vão e media os valores de acelerações verticais.

O sinal analisado para encontrar a taxa de amortecimento do modo de torção foi na situação de carregamento b) em que se deram pancadas com os calcanhares na lateral, no meio vão da estrutura de modo a excitar este modo de vibração. Desta vez, fez-se a leitura nos acelerómetros ACV1 e ACV2 uma vez que para identificar o modo de torção é necessário analisar os dois acelerómetros e a relação dos seus valores. Para além da média dos vários troços, fez-se também uma média entre os dois acelerómetros referidos.

Tabela 4 – Taxas de amortecimento obtidas com ajuste linear (%)

	1º modo (lateral)	2º modo (vertical)	3º modo (torção)	
Trecho 1	5,38	1,35	6,04	5,83
Trecho 2	3,61	1,4	7,48	10,86
Trecho 3	5,92	2,12	5,73	8,06
Trecho 4	3,01	1,58	6,29	7,49
Trecho 5	4,86	2,13	12,94	8,94
Trecho 6	3,24	2,43	6,45	6,65
Média	4,34	1,84	7,73	

O valor de amortecimento reflecte de forma directa a capacidade de a estrutura dissipar energia num dado modo de vibração. Assim, não só o material resistente que compõe a ponte tem influência no seu amortecimento. Os pormenores construtivos, bem como as ligações da estrutura influenciam fortemente o valor do amortecimento.

Os valores obtidos neste caso são relativamente elevados, principalmente para o modo de torção. Estes resultados podem ser explicados através das juntas das placas pré-moldadas de concreto armado que constituem o piso e o teto da passarela, que introduzem um amortecimento considerável à estrutura.

4.3.3.3. Ajuste logarítmico

No decorrer da análise, percebeu-se que os resultados para os coeficientes de amortecimento poderiam não estar a ser correctamente estimados. Ao calibrar o modelo matemático com a resposta experimental realizaram-se algumas divergências de amplitude no que diz respeito aos espectros de frequência. Assim, procedeu-se ao cálculo mais exacto dos coeficientes de amortecimento através de um ajuste logarítmico. De facto, a forma gráfica do decréscimo de amplitudes era aproximadamente logarítmica e facilmente se percebia a melhoria do novo ajuste.

Então foi utilizado o método do decréscimo logarítmico. No caso de elevadas taxas de amortecimento este método permite obter melhores resultados.

O decréscimo logarítmico δ é dado pela Equação 4:

$$\delta = Ln \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (4)$$

Logo,

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi} * Ln \frac{V_n}{V_{n+1}} \quad (5)$$

Trata-se de um processo iterativo que é iniciado com a Equação (6) para o cálculo de uma estimativa da taxa de amortecimento inicial.

$$\xi \approx \frac{1}{2\pi * m} Ln \frac{V_n}{V_{n+m}} \quad (6)$$

Seguidamente, através da igualdade exposta na Equação 5 introduz-se este valor estimado no denominador e encontra-se o numerador.

Com base na nova metodologia, calcularam-se os novos coeficientes de amortecimento. De forma a se conseguir inferir as taxas para cada modo de vibração utilizaram-se filtros no programa de análise estatística *AqDados* de forma a isolar os modos de vibração lateral (1º) e vertical (2º). Porém, tal não foi possível para o modo de torção, uma vez que este modo se apresentava pouco acentuado e muito próximo do vertical. Assim, foi necessário utilizar outra forma de estimar o amortecimento no que diz respeito ao modo de torção. O amortecimento da estrutura foi tomado como proporcional às propriedades de massa e rigidez, conhecido como amortecimento de *Rayleigh*.

É imediato perceber que, sendo a matriz de amortecimento proporcional à matriz de massa e rigidez, o produto $\Phi^T C \Phi$ resulta numa matriz diagonal. O método de *Rayleigh* consiste em adoptar uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez como demonstrado na Equação 7.

$$C = a_0 M + a_1 K \quad (7)$$

A primeira parcela corresponde à parcela proporcional à massa e a segunda parcela corresponde à parcela proporcional à rigidez. A soma das duas parcelas corresponde ao amortecimento de *Rayleigh*.

A relação entre os factores de proporcionalidade, a frequência natural e o coeficiente de amortecimento modal é ilustrada na Figura 4.13 que mostra as duas contribuições para ξ , uma proporcional à massa e outra à rigidez, respectivamente a tracejado curto e a tracejado longo.

Esta relação gráfica é de grande utilidade prática uma vez que se podem retirar informações importantes através da sua análise. No caso de se conhecer a taxa de amortecimento (através de ensaios experimentais) para determinado modo de vibração, um dos dois factores pode ser determinado para um dos dois casos de proporcionalidade e assim as outras taxas de amortecimento correspondentes a outras frequências podem ser estimadas.

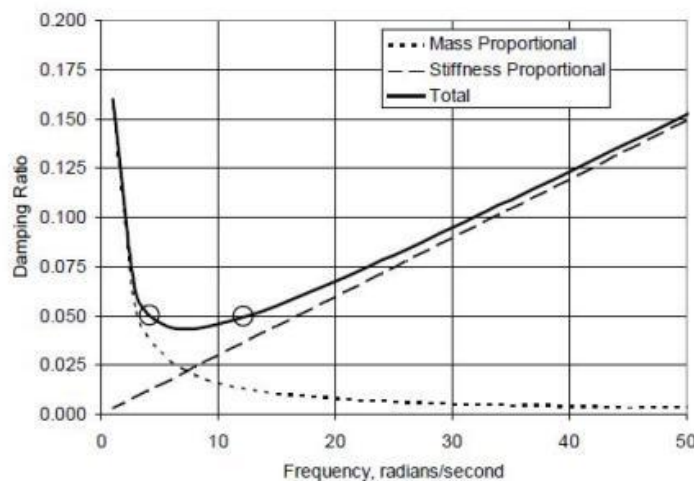


Fig.4.13 – Amortecimento de *Rayleigh*

No caso prático em questão, mais especificamente no que diz respeito ao modo de torção, não foi possível isolar de forma razoável o sinal neste modo uma vez que se apresentava pouco acentuado e muito próximo do modo vertical. Como não existe torção pura, torna-se uma tarefa mais complicada utilizar os filtros para este modo de forma a eliminar a influência dos outros modos de flexão nesta frequência.

Assim, fez-se uso do método de *Rayleigh* e utilizaram-se 2 frequências onde fosse possível inferir experimentalmente, de uma forma clara, as suas taxas de amortecimento e através da curva de *Rayleigh* (Figura 4.13). Neste caso, utilizou-se a frequência do modo vertical (3,17Hz) e uma frequência de 11,35Hz de um modo superior de torção. Nas figuras 4.14 e 4.15 podem observar-se os auto-espectros dos sinais filtrados nas respectivas frequências.

Para o modo de ordem j , o factor de amortecimento de *Rayleigh* é dado pela Equação 8.

$$\xi_j = \frac{a_0}{2\omega_j} + \frac{a_1\omega_j}{2} \quad (8)$$

Onde, ω_j representa a frequência natural do j -ésimo modo de vibração e a_0 e a_1 representam constantes de proporcionalidade em relação à massa e ao módulo de rigidez elástica, respectivamente. Para a determinação destas constantes utiliza-se, como já foi referido, a Figura 4.13 e os dois pontos conhecidos. Calculam-se os factores de proporcionalidade a_0 e a_1 para a frequência pretendida – neste caso 4,15Hz, através do sistema de duas equações expresso na Equação 9.

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \frac{2 * \omega_m \omega_l}{(\omega_l^2 - \omega_m^2)} * \begin{bmatrix} \omega_l & -\omega_m \\ -\frac{1}{\omega_m} & \frac{1}{\omega_l} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \xi_m \\ \xi_l \end{bmatrix} \quad (9)$$

Onde ω_m corresponde à frequência natural do primeiro ponto considerado, ω_l corresponde à frequência natural do segundo ponto considerado e ξ_m e ξ_l correspondem ao primeiro e segundo coeficiente de amortecimento, respectivamente.

Desta forma foi possível calcular as novas taxas de amortecimento para os diferentes modos de vibração.

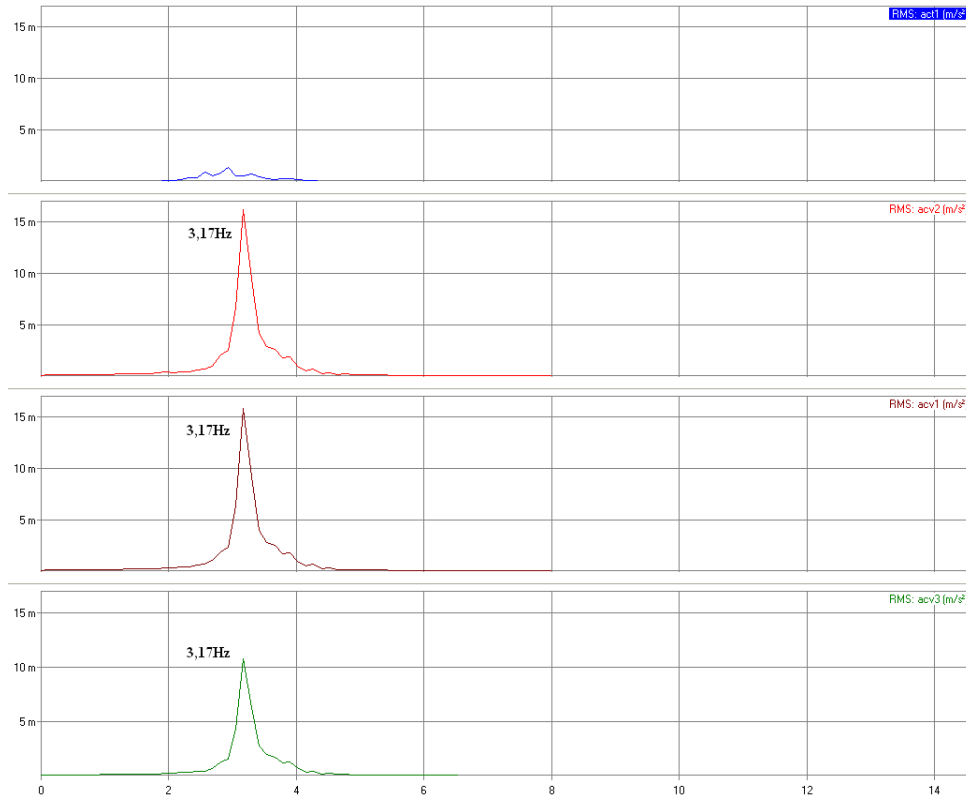


Fig.4.14 – Auto espectro filtrado na frequência 3.17Hz

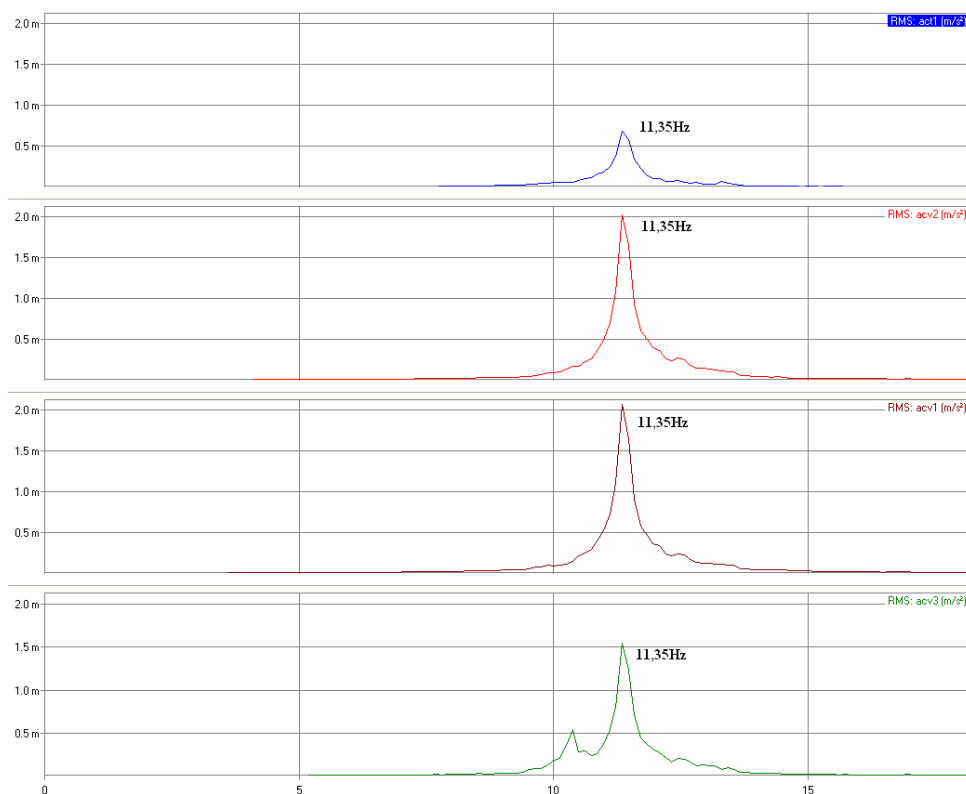


Fig.4.15 – Auto espectro filtrado na frequência 11.35Hz

4.3.3.4. Comparação de valores

Na tabela 5 apresentam-se as taxas de amortecimento com os diferentes ajustes.

Tabela 5 – Comparação das taxas de amortecimento com diferentes ajustes

Modos	Frequências (Hz)	Taxas de amortecimento (%) com ajuste logarítmico
1	2,44 ± 0,06	4,3
2	3,17 ± 0,12	1,6
3	4,15 ± 0,12	6,8

5

MODELO NUMÉRICO E SUA CORRELAÇÃO COM OS ENSAIOS EXPERIMENTAIS

5.1. INTRODUÇÃO

O modelo numérico foi construído com base nas informações recolhidas no local da ponte e com base em algumas interpretações estruturais consideradas. Ao longo do desenvolvimento desta etapa foi-se aprimorando o modelo para que este pudesse traduzir da melhor forma a realidade. Estes ajustes foram sempre aplicados tendo em conta os resultados obtidos experimentalmente uma vez que, esses sim traduzem a realidade.

Desta forma, pensou-se que seria lógico apresentar no mesmo capítulo, o modelo numérico juntamente com a sua correlação com os resultados obtidos experimentalmente, uma vez que foi com base nestas informações que se foi desenvolvendo o modelo.

No presente capítulo é descrito o processamento do modelo bem como os melhoramentos feitos à medida que se ia avançando na sua análise. O capítulo culmina com a correlação dos valores experimentais e numéricos, numa comparação que se espera aceitável e espelho de valores muito aproximados.

5.2. MODELO NUMÉRICO

5.2.1. DESCRIÇÃO DO MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

A estrutura da ponte pedonal sobre a *Linha Vermelha*, cuja descrição sumária foi apresentada no presente capítulo 3, foi modelada, numérico-computacionalmente, utilizando o método dos elementos finitos (MEF).

Foram consideradas condições de apoio diferentes em cada extremidade do vão mais desfavorável da passarela. Do lado da Av. Brasil foi considerado um apoio simples, com rotação livre e translações verticais e horizontais impedidas, enquanto na outra extremidade, a viga foi considerada encastrada, por força da continuidade dos elementos apresentada.

Apresenta-se na Figura 5.1 uma perspectiva a três dimensões do modelo numérico da estrutura construído no programa SAP 2000.

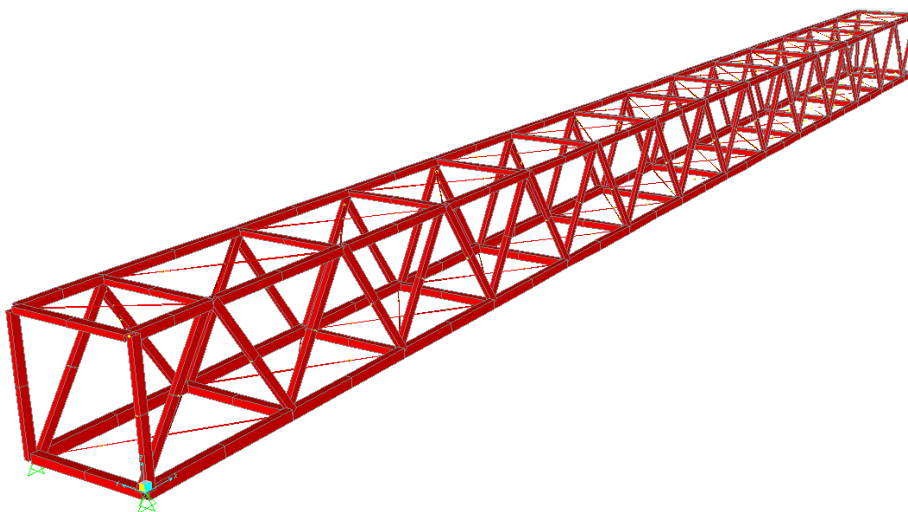


Fig.5.1 – Modelo numérico construído no SAP 2000

Com todas as características geométricas e com as condições de apoio referidas foi construído o modelo. No entanto, quando foram confrontados os primeiros valores de frequências dos respectivos modos, verificou-se alguma dispersão nos resultados e partiu-se à procura das razões para tal acontecer. Os primeiros resultados obtidos podem ser consultados na Tabela 6.

Tabela 6 – Valores numéricos iniciais

Modo	1ºs valores numéricos	Deformação
1	2,03	1ª Flexão lateral
2	2,99	1ª Flexão vertical
3	3,74	1ª Torção
4	4,30	2º Flexão lateral
5	6,77	2ª Torção

Como se pode verificar os valores numéricos ainda apresentam algum afastamento, principalmente nos três primeiros modos, os mais determinantes e passíveis de serem excitados. Os ajustes são descritos no seguinte subcapítulo.

5.2.2. AJUSTES E MELHORAMENTOS

5.2.2.1. Introdução do betão como elemento resistente

A primeira falha a ser detectada foi a forma como se introduziram os painéis de betão no programa de análise estrutural SAP 2000. O seu peso próprio foi inserido como “massa morta”, ou seja, sem carácter estrutural e resistente. Evidentemente este facto levou a que a resposta da estrutura em

vibrações livres não fosse a correcta, nomeadamente no que diz respeito ao 1º e ao 3º modo, respectivamente modo lateral e torsional de vibração.

Para traduzir a resistência das placas de betão foi utilizado o *Método das Diagonais Equivalentes*, [5], que, de uma forma simplista, traduz, através de duas barras diagonais fictícias, o efeito resistente de uma placa inteira de betão, como representado na Figura 5.2.

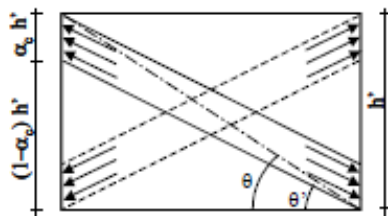


Fig.5.2 – Representação esquemática do método das diagonais equivalentes, [5]

No trabalho de *Moreira, T.V.*, [5] é apresentado o referido método que visa a substituição da rigidez estrutural dos painéis de betão pela rigidez EA de elementos de barra diagonais.

Foi adoptado um betão de resistência característica f_{ck} de 15MPa, peso específico ρ de 25kN/m³ e o módulo de elasticidade E_c aos 28 dias foi calculado segundo a norma brasileira NBR 8522 através da Equação 10 tomando o valor de 21688MPa.

$$E_c = 5600\sqrt{f_{ck}} \quad (10)$$

Seguindo um modelo elástico linear chega-se a uma expressão que apresenta o valor do módulo de rigidez ao corte “G” em função das características geométricas do painel e de uma força imposta e respectivo deslocamento. As Figura 5.3, juntamente com a Equação 11, permitem-nos saber G.

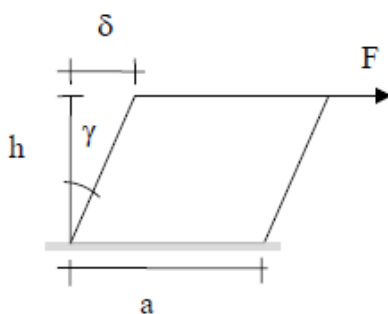


Fig.5.3 – Elemento Plano sujeito a corte, [5]

As propriedades da diagonal equivalente, comprimento L e rigidez k_{diag} , são definidas respectivamente, através do teorema de Pitágoras e através da Equação 12.

Seguindo a metodologia descrita chega-se à expressão para obter a área da secção transversal da barra diagonal equivalente A, Equação 13.

$$G = \frac{hF}{ae\delta} \quad (11)$$

$$k_{diag} = G \times \frac{ae}{h} \quad (12)$$

$$A = \frac{k_{diag}}{E_{betão}} \times \frac{L}{\cos^2 \left(\alpha - \frac{\sin \alpha}{(L + \cos \alpha)} \right)} \quad (13)$$

Em que,

- δ = deslocamento
- γ = módulo de distorção
- h = altura do painel
- e = espessura
- a = largura do painel
- F = força imposta
- G = módulo de rigidez cisalhante
- L = comprimento da diagonal equivalente
- k_{diag} = rigidez da diagonal equivalente
- $E_{betão}$ = Módulo de elasticidade do betão
- α = ângulo formado entre a diagonal e a horizontal

Conforme exposto na descrição das características geométricas da estrutura, a estrutura apresenta tirantes de aço, de diâmetro de 16mm, precisamente na zona onde as *diagonais equivalentes*, correspondentes aos painéis de betão, se representariam. Assim, aproveitou-se o facto de, no modelo já estarem representados os tirantes de aço, para transformar a área de secção transversal de betão, em área circular de aço e simplesmente adicionar o diâmetro correspondente ao diâmetro existente. Desta forma, aumentou-se a área correspondente da *diagonal equivalente* à área, já existente, de tirante de aço.

Para facilitar a inclusão do efeito do betão no modelo numérico, foi transformada a área de betão em área de aço, multiplicando a área de betão pela relação dos modos de Elasticidade de ambos os materiais. Considerou-se o módulo de elasticidade do aço na ordem dos 205000MPa, aproximadamente dez vezes superior ao valor do betão. Chega-se assim ao valor da relação pretendida que é de aproximadamente $E_c/E_{aço} = 0,1$.

Seguidamente apresenta-se o cálculo da área da secção transversal da *diagonal equivalente* de betão, através das fórmulas (11), (12) e (13), juntamente com a sua transformação em aço e cálculo do diâmetro da diagonal equivalente a adicionar ao diâmetro do tirante de aço.

Apesar de as placas inferiores e superiores se diferenciarem nas dimensões e orientações, no seu conjunto, formando os painéis, apresentam as mesmas medidas, ou seja 2,85x2,10. Assim, têm o mesmo valor de comprimento de diagonal equivalente L , calculado a seguir pelo teorema de Pitágoras.

$$L = (2.85^2 + 2.10^2)^{1/2} = 3.54 \text{ m}$$

Superior

Os painéis superiores encontram-se transversais relativamente ao eixo longitudinal da ponte portanto $h=0.57\text{m}$; $a=2.10\text{m}$; $e=0.05\text{m}$

Através de uma modelação simples, de um elemento plano no programa SAP 2000, impondo uma força de 1 kN, verificou-se que o deslocamento era de 0,212 mm.

$$G = 0.57 * 1 / (2.10 * 0.05 * 0.000212) = 25642.76 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{\text{diag}} = 25642.76 * 2,10 * 0.05 / 0.57 = 4723.666 \text{ kN/m}$$

$$A_{\text{betão}} = 4723.666 / 25642760 * 3.54 / (\cos^2(53,61 - \sin(53.61) / (3.54 + \cos(53.61)))) = 0.010852 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{aço}} = 0.010852 * 0,1 = 0,0010852 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{total de 1 tirante}} = 0.0010852 / 2 + 0.016^2 * \pi / 4 = 0.000744 \text{ m}^2$$

Considerando agora um tirante de secção circular como somatório do tirante já existente com o tirante fictício representando o betão, sabe-se o diâmetro a introduzir no modelo numérico,

$$D = (A_{\text{total de 1 tirante}} * 4 / \pi)^{1/2} = (0.000744 * 4 / \pi)^{1/2} = 0.0308 \text{ m}$$

Inferior

Os painéis inferiores encontram-se alinhados com o eixo longitudinal da ponte, logo $h=2.85\text{m}$; $a=0.42\text{m}$; $e=0.10\text{m}$

Através da modelagem de um elemento plano no programa SAP 2000, impondo uma força de 1 kN, verificou-se que o deslocamento era de 0,636 mm.

$$G = 2.85 * 1 / (0.42 * 0.10 * 0.000636) = 106693.6 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{\text{diag}} = 106693.6 * 0.42 * 0.10 / 2.85 = 1572.327 \text{ kN/m}$$

$$A_{\text{betão}} = 1572.327 / 106693600 * 3.54 / (\cos^2(53,61 - \sin(53.61) / (3.54 + \cos(53.61)))) = 0.00361 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{aço}} = 0.003612 * 0,1 = 0,0003612 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{total de 1 tirante}} = 0.0003612 / 2 + 0.016^2 * \pi / 4 = 0.000382 \text{ m}^2$$

Considerando agora um tirante de secção circular como somatório do tirante já existente com o tirante fictício representando o concreto, sabe-se o diâmetro a introduzir no modelo numérico,

$$D = (A_{\text{total de 1 tirante}} * 4 / \pi)^{1/2} = (0.000382 * 4 / \pi)^{1/2} = 0.0220 \text{ m}$$

Na tabela 7 apresentam-se os segundos valores numéricos obtidos.

Tabela 7 – Segundos valores numéricos

Modo	2ºs valores numéricos	Deformação
1	2,43	1ª Flexão lateral
2	3,01	1ª Flexão vertical
3	4,00	1ª Torção
4	5,13	2º Flexão lateral
5	7,89	2ª Torção

5.2.2.2. Correção de dimensões

Depois da primeira correção os resultados melhoraram mas ainda assim, havia aspectos que podiam ser corrigidos. Rapidamente se percebeu que se havia cometido outro erro. De facto, os painéis apresentam características diferentes e medidas diferentes o que deve traduzir resistências diferentes. Quando se aplicou o método das *diagonais equivalentes* fez-se de igual forma para a zona superior e inferior.

Assim, aplicou-se o método conforme foi explicitado no ponto 5.2.2.1. O cálculo foi explicitado já distinguindo os painéis superiores e inferiores, no entanto, este cálculo foi feito posteriormente à percepção do erro. Não se achou relevante apresentar o primeiro cálculo sabendo os erros cometidos.

5.2.2.3. Correção de espessura de chapas

Corrigidos os erros referentes ao betão, a atenção passou-se para os elementos em aço. De facto uma das incertezas iniciais era a espessura das chapas. Iniciou-se a modelação com valores aleatórios, que fizessem sentido de acordo com as medidas exteriores das secções transversais das chapas.

Mas podia fazer-se melhor. Procuraram-se em tabelas comerciais valores plausíveis para espessuras de chapas de aço e procedeu-se à sua introdução no programa. Naturalmente que ainda assim, existe uma grande parcela variável no dado, sabendo porém que estes valores eram reais e mais razoáveis que os anteriores.

Na tabela 8 apresentam-se os terceiros valores numéricos obtidos.

Tabela 8 – Terceiros valores numéricos

Modo	3ºs valores numéricos	Deformação
1	2,45	1ª Flexão lateral
2	3,02	1ª Flexão vertical
3	4,01	1ª Torção
4	5,26	2º Flexão lateral
5	7,87	2ª Torção

5.2.2.4. Introdução da inclinação do encontro oposto ao lado da Av. Brasil

O primeiro modelo foi considerado com os encontros paralelos entre si. Esta foi uma simplificação adoptada inicialmente. No entanto, no decorrer do processo de aprimoramento do modelo chegou-se à conclusão que este pormenor poderia ter influência na mobilização dos diferentes modos de vibração. Com efeito, o facto de este encontro não ser paralelo relativamente ao do lado da Av. Brasil, mas sim diagonal, faz com que o eixo longitudinal da ponte não se encontre exactamente a metade da largura transversal da ponte e muda ligeiramente as configurações modais, bem como as respectivas frequências naturais.

Na tabela 9 apresentam-se os valores numéricos finais. O estudo concentrou-se nos três primeiros modos de vibração, uma vez que são os mais determinantes na análise feita.

Tabela 9 – Valores numéricos finais

Modo	Valores Finais	Deformação
1	2,57	1ª Flexão lateral
2	3,12	1ª Flexão vertical
3	4,08	1ª Torção
4	5,40	2ª Flexão lateral
5	8,02	2ª Torção

5.3. FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO

Apresentam-se nas Figuras de 5.4 a 5.8, os modos próprios de vibração que dominam a resposta da estrutura ao tráfego de peões. Na Figura 5.4 mostra-se o primeiro modo de vibração da estrutura o qual corresponde ao primeiro modo de flexão lateral, com frequência de 2,57Hz. O primeiro modo vertical, com frequência de 3,12Hz, é apresentado na Figura 5.5, e na Figura 5.6 expõe-se o primeiro modo de torção axial (4,08Hz).

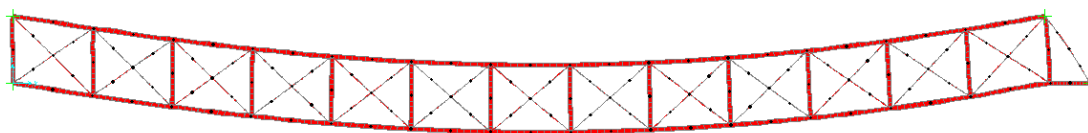


Fig.5.4 – Vista em planta do 1º modo (1º de flexão lateral); $f = 2,57$ Hz

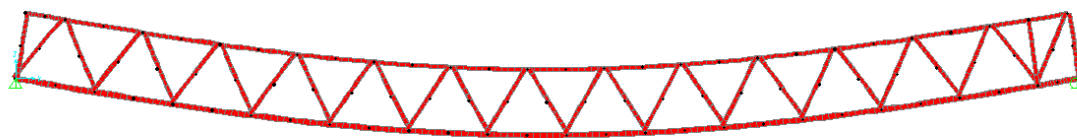


Fig.5.5 – Vista em corte longitudinal do 2º modo (1º de flexão vertical); $f = 3,12$ Hz

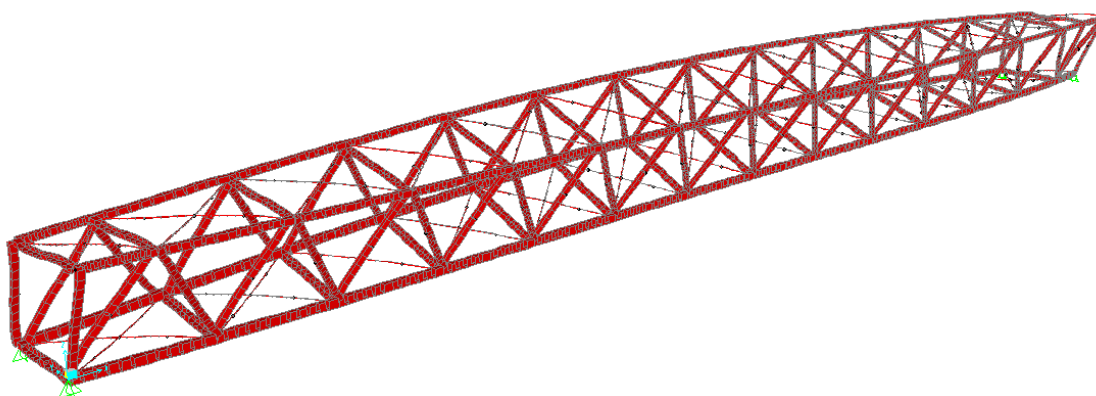


Fig.5.6 – Vista tridimensional do 3º modo (1º de torção axial); $f = 4,08$ Hz

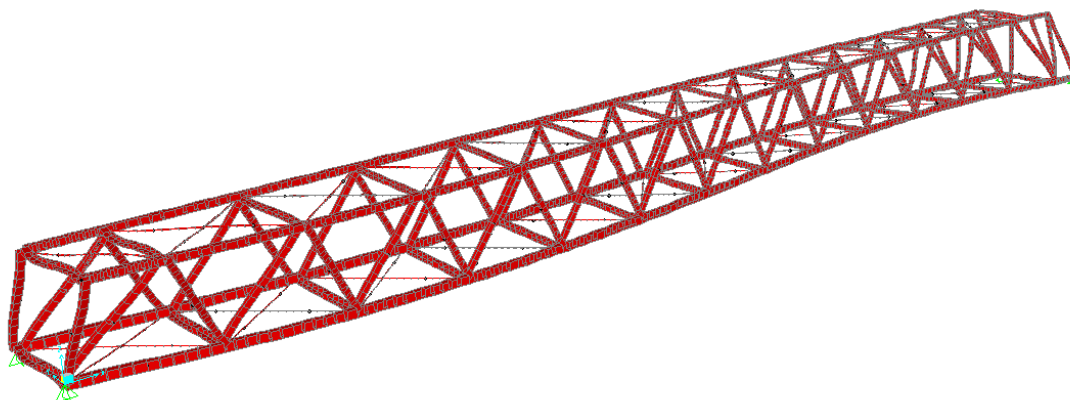
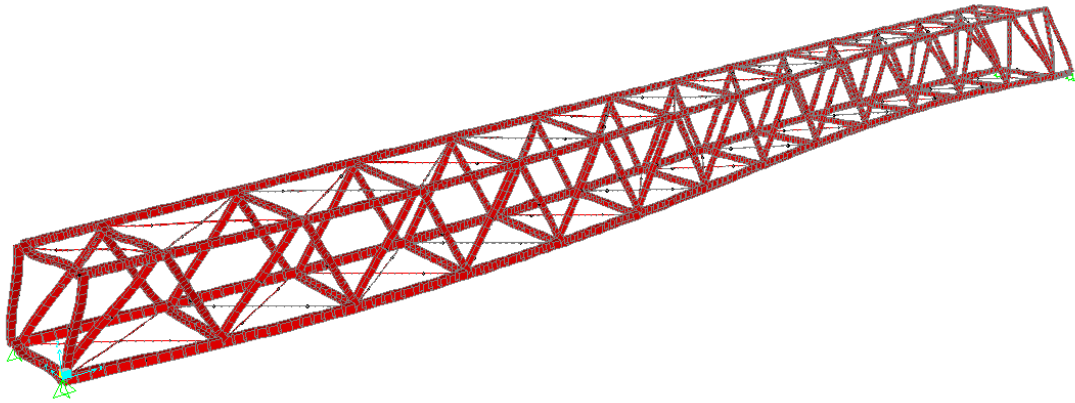


Fig.5.7 – Vista tridimensional do 4º modo (2º de flexão lateral); $f = 5,40$ Hz

Fig.5.8 – Vista tridimensional do 5º modo (de flexão lateral com torção); $f = 8,02$ Hz

5.4. CONFRONTO DE RESULTADOS

Com as correções feitas, foi possível aproximar, de uma forma bastante razoável, as frequências naturais obtidas a partir do modelo numérico aos resultados experimentais. Considerou-se assim o modelo bem ajustado e traduzindo, de uma forma fiável, a realidade.

A correlação entre os resultados numéricos e experimentais é feita através das frequências e modos de vibração da estrutura. Apresenta-se na Tabela 10 uma comparação entre os valores teóricos e experimentais para as frequências de vibração e as descrições dos modos de vibração associada. Observa-se, nesta tabela, uma correlação favorável dos valores das frequências de vibração da estrutura principalmente nos 3 primeiros modos de vibração, os mais determinantes.

Tabela 10 – Correlação dos valores numéricos com os experimentais

Modo	Frequência Experimental	Frequência Numérica	Forma modal
1º	2,44 +- 0,06	2,57	1ª Flexão lateral
2º	3,17 +- 0,06	3,12	1ª Flexão vertical
3º	4,15 +- 0,12	4,08	1ª Torção
4º	5,13 +- 0,12	5,40	2ª Flexão lateral
5º	6,10 +- 0,12	8,02	2ª Torção

6

MODELAÇÃO DA ACÇÃO HUMANA

6.1. INTRODUÇÃO

Pretende-se, neste capítulo, descrever a acção do caminhar humano e as forças dinâmicas geradas do ponto de vista físico e matemático. Não se pode dizer que seja de fácil determinação a caracterização destas acções, devido à multiplicidade de factores intervenientes. Como é natural, a função de carga do caminhar não é rígida, mas sim variável de pessoa para pessoa e de momento para momento. No entanto, é possível estimar uma função que se aproxime bastante do movimento típico da passada de um peão.

O caminhar humano induz uma carga de natureza periódica, uma vez que se repete ciclicamente. Normalmente, são utilizadas funções de carga para modelar este tipo de acções que traduzem as amplitudes de resposta transmitidas à superfície de contacto pelo tempo decorrido.

Uma das principais características da carga imposta pela acção humana é a sua baixa intensidade. Em estruturas com elevada rigidez, dificilmente se farão sentir os efeitos provocados por esta carga. A carga estática de uma pessoa em qualquer tipo de ponte é quase insignificante, uma vez que a sua ordem de grandeza comparada com o peso próprio da estrutura é desprezável. Porém, do ponto de vista da análise dinâmica, a situação altera-se, como já foi referido anteriormente. Além disso, a tendência geral, mostra-nos que as estruturas estão a ser projectadas cada vez mais esbeltas e flexíveis e consequentemente mais vulneráveis a acções exteriores e seus efeitos dinâmicos. Logo, são cada vez mais importantes os estudos do ponto de vista dinâmico.

As pessoas movimentam-se de forma diferente. Logo, as expressões utilizadas são uma aproximação, uma vez que o caminhar humano depende de inúmeros factores, nem todos contemplados matematicamente. A sensibilidade humana depende de inúmeros factores: posição, direcção de incidência relativamente à coluna, actividade no momento, idade e sexo, frequência de ocorrência e hora do dia.

Da mesma forma, os níveis de intensidade de percepção por parte dos peões são também variáveis, dependendo de alguns parâmetros: deslocamentos, velocidades e acelerações, duração da exposição e frequência da vibração.

A sensibilidade humana às vibrações é particularmente acentuada. O corpo humano pode sentir amplitudes tão baixas quanto 0,001 mm enquanto a ponta dos seus dedos é até 20 vezes mais sensível do que este valor. Genericamente, frequências entre 1 e 10 Hz indicam que a percepção humana é proporcional à aceleração, enquanto frequências acima de 10 Hz indicam que a proporcionalidade da percepção se dá com a velocidade. No caso de pontes pedonais, as estruturas são particularmente sensíveis aos movimentos de caminhar e correr.

Seguidamente são apresentados alguns fundamentos teóricos que suportam os pressupostos base da análise e é descrita, de uma forma geral, a modelação da acção humana. A sua aplicação é demonstrada, primeiro com um exemplo simples de viga bi-apoiada e depois com o caso prático em desenvolvimento.

Antes da aplicação da modelação relativa à acção humana, o programa idealizado, em linguagem de programação FORTRAN, é testado para situações de carga diferentes, nomeadamente para uma força de impacto e depois para uma força sinusoidal. Desta forma, é possível avaliar os resultados analíticos e compará-los com as mesmas situações criadas modelando numericamente, através do programa SAP2000. Avaliando a correlação das duas respostas é possível perceber a fiabilidade do programa elaborado.

6.2. MODELO MATEMÁTICO

6.2.1. FUNÇÃO DE FOURIER

Ao longo do tempo, vários autores estudaram e formularam diferentes modelações para o caminhar humano. Allen, Rainer e Pernica (1985), [9] e mais tarde Bachmann e Ammann (1987), [2] chegaram à conclusão que a série de Fourier descreve de uma forma satisfatória o caminhar humano.

Através de diversos ensaios experimentais obtiveram-se alguns padrões de resposta em relação ao passo humano. É evidente que o caminhar humano apresenta grandes variações de pessoa para pessoa, de piso para piso, até de calçado para calçado. Ainda assim, foi possível estabelecer uma resposta média de todos os indivíduos ensaiados numa determinada superfície. Na Figura 6.1 apresenta-se a resposta temporal vertical e horizontal de um passo médio. Analisando a figura, a pessoa ao apoiar inicialmente o calcanhar do pé na superfície transmite uma força acentuada que corresponde ao primeiro pico no gráfico da resposta vertical. Depois, a força transmitida diminui um pouco à medida que se dá a transição do calcanhar para a ponta do pé, atingindo nesse momento um novo pico de força no momento em que apenas a ponta do pé está em contacto com a superfície. Na Figura 6.2 estão representados os dois picos agora explicados. Nota também para o facto de a resposta horizontal apresentar amplitudes muito menores, uma vez que a força horizontal transmitida ao pavimento é de menor intensidade comparada com a força vertical. Como já foi citado, esta força não deve ser desprezada em pontes pedonais devido à sua possível flexibilidade lateral.

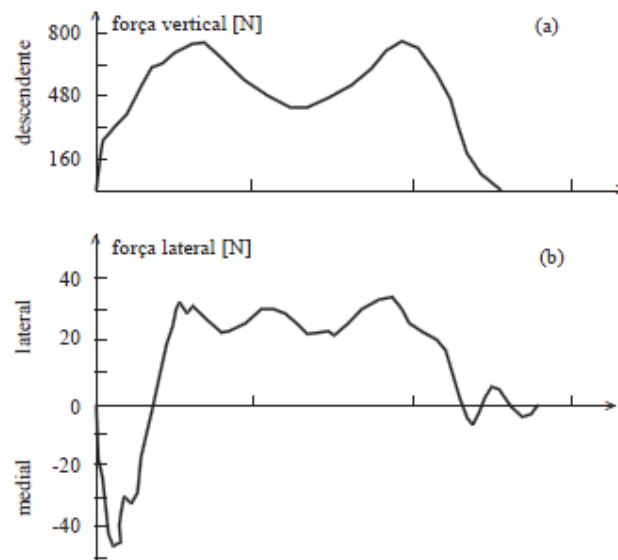


Fig.6.1 – Registo temporal de um passo na direcção vertical (a) e na horizontal (b), [1]



Fig.6.2 – Representação dos dois máximos da reacção da superfície ao passo de uma pessoa, [7]

Para modelar adequadamente a forma do caminhar humano devem ser considerados os três primeiros harmónicos da série de Fourier, representada na Figura 6.3. Se adicionarmos uma parcela constante, referente ao peso da pessoa, ao gráfico apresentado podem constatar-se as semelhanças na forma das funções, comparando com a Figura 6.1 a).

Na Figura 6.4 apresenta-se uma sobreposição da resposta experimental para uma pessoa de peso 608N com a série de Fourier adicionada de uma parcela constante correspondente ao peso da pessoa. Como é demonstrado, a formulação matemática representa bem o caminhar na generalidade da forma e do tempo, no entanto, falha no que diz respeito ao pico transiente correspondente ao impacto inicial do calcanhar. Há um pequeno impacto no momento do contacto inicial do calcanhar o que transmite, nos instantes iniciais, um valor de pico de maior intensidade. Pode observar-se no gráfico um pico que foge à correlação da série matemática. Estudos sobre a influência do impacto do calcanhar podem ser encontrados em *Varela, W.D.* [13].

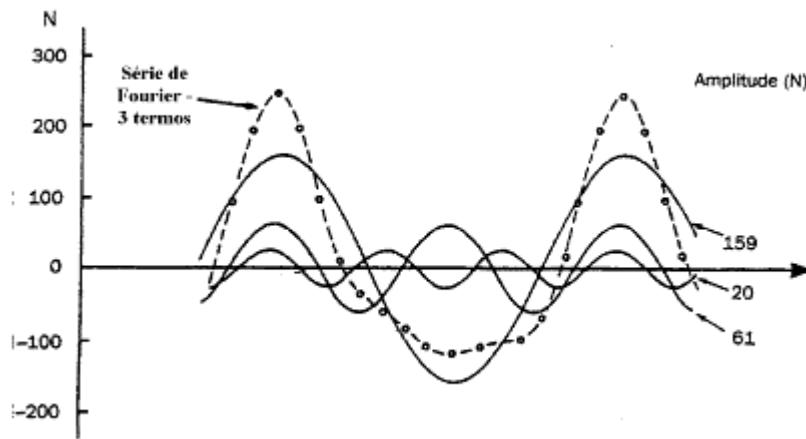


Fig.6.3 – Representação da Série de Fourier considerando 3 termos, [13]

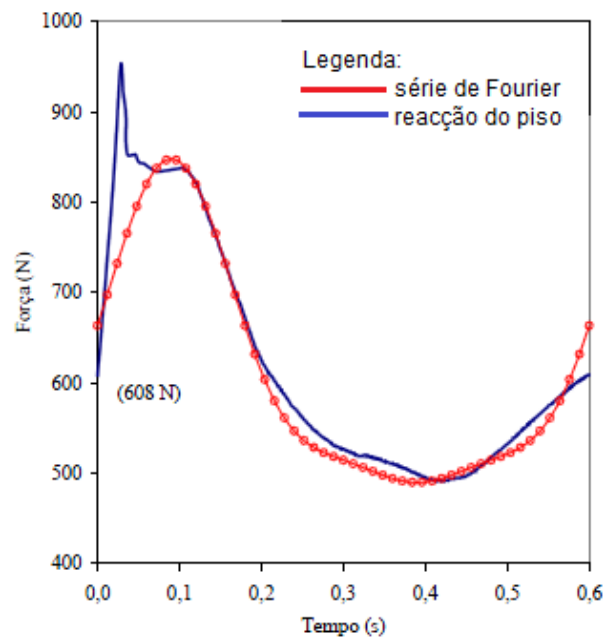


Fig.6.4 – Sobreposição da reacção do piso com a série de Fourier, [13]

Qualquer estrutura real pode oscilar mobilizando um número infinito de modos de vibração. No entanto, em termos de cálculo, o seu número é limitado ao número n de graus de liberdade utilizados no modelo numérico utilizado. Na prática, neste caso, considerou-se suficiente utilizar os três primeiros modos de vibração uma vez que são os que mais contribuem para a resposta.

Como já foi referido a força periódica do caminhar considera-se bem aproximada pela série matemática de Fourier, constituída por uma parte constante acrescida por uma soma infinita de forças harmónicas. A expressão da reacção do piso ao caminhar humano é assim definida pela Equação 14:

$$F(t) = G + \sum_{j=1}^n G * \alpha_j \left[\text{sen}(j * 2\pi * fp * t - \phi_j) \right] \quad (14)$$

Onde G é o peso do peão, α_j é o coeficiente da j -ésima harmónica, $G\alpha$ a amplitude da força correspondente, f_p frequência da passada em Hz, ϕ_j ângulo de fase da j -ésima harmónica relativamente à primeira, j o número de ordem de termos da série e n o número de total de harmónicas consideradas, usualmente igual a três. Relativamente aos coeficientes da carga dinâmica α_j e aos ângulos de fase ϕ_j existem várias teorias e valores apontados por diversos autores.

Rainer, Pernica e Allen [9] estudaram estes coeficientes através de ensaios experimentais com três pessoas, variando a frequência do caminhar na faixa de 1,0 a 3,0Hz. Na Figura 6.5 apresentam-se os resultados obtidos. Varela, W.D. [13] encontra os valores dos coeficientes através de funções polinomiais utilizadas como aproximações às curvas contidas na Figura 6.5 e utiliza as expressões encontradas em vez de seguir uma das propostas dos vários autores listados na Tabela 11.

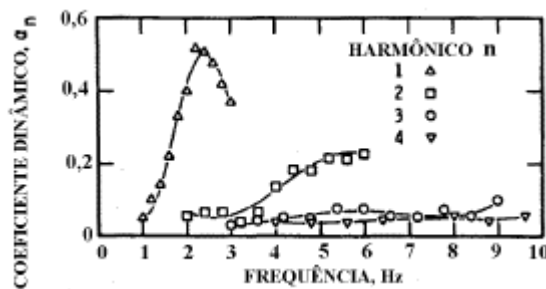


Fig.6.5 – Resultados dos coeficientes dinâmicos em função da frequência obtidos por Rainer, Pernica e Allen, [9]

$$\alpha_1 = -0,22169 f_c^3 + 1,11946 f_c^2 - 1,44748 f_c + 0,5967$$

$$\alpha_2 = -0,012037 (2f_c)^3 + 0,1494 (2f_c)^2 - 0,53146 (2f_c) + 0,6285$$

$$\alpha_3 = 0,00009068 (3f_c)^5 - 0,0021066 (3f_c)^4 + 0,018364 (3f_c)^3 - 0,077278 (3f_c)^2 + 0,17593 (3f_c) - 0,1477$$

$$\alpha_4 = 0,00051715 (4f_c)^4 - 0,014388 (4f_c)^3 + 0,14562 (4f_c)^2 - 0,62994 (4f_c) + 1,018469$$

Fig.6.6 – Expressões deduzidas através de ajustes polinomiais aos ensaios feitos por Rainer, Pernica e Allen, [9]

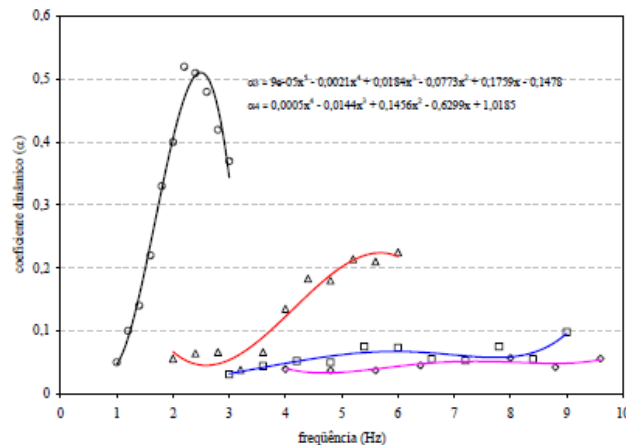


Fig.6.7 – Funções polinomiais de ajuste dos coeficientes dinâmicos, [13]

A generalidade dos autores acredita que os três primeiros harmônicos da função de Fourier são suficientes para caracterizar a carga do caminhar humano. Apesar disto, *Varela W.D.* [13] estudou a influência do quarto harmônico nos resultados e concluiu que por vezes, este harmônico pode ter uma influência importante na resposta, e por isso se decidiu também incluí-lo neste trabalho.

Neste trabalho pensou-se inicialmente que estes coeficientes desenvolvidos seriam mais rigorosos na determinação dos coeficientes da carga dinâmica, uma vez que a escolha dos valores não é consensual dentro da comunidade científica e o presente método apresentou bons resultados noutros ensaios. No desenrolar do processo fizeram-se alguns ajustes aos coeficientes que serão discutidos no próximo ponto, fruto do aprimoramento do modelo à realidade. Observando a linha preta na Figura 6.7, correspondente à função de ajuste ao primeiro harmônico, pode perceber-se a grande variação deste coeficiente para frequências de 1 a 2,5Hz. Note-se que, grande parte dos autores citados na Tabela 12, sugerem um valor constante para frequência entre 1,6 e 2,0Hz.

Expõe-se como exemplo, na Tabela 11, os valores dos coeficientes da carga dinâmica dos quatro primeiros harmônicos da carga, segundo as fórmulas da Figura 6.6, para uma frequência do caminhar de 1.85Hz.

Tabela 11 – Coeficientes de carga dinâmica calculados pelas expressões para uma frequência de 1.85Hz

Coeficiente de carga dinâmica	Valor
α_1	0,346556
α_2	0,097674
α_3	0,066527
α_4	0,051457

Na Tabela 12 apresentam-se os coeficientes α para diversos autores. Como se pode ver, existem opiniões variadas no que diz respeito aos valores a utilizar e quanto à sua variação. Algumas referências apontam para a variação dos coeficientes com a frequência fundamental, outras com a frequência do caminhar.

Tabela 12 – Coeficientes da carga dinâmica da série de *Fourier* segundo vários autores

Referência	Coeficientes da carga dinâmica				Número de pessoas (<i>n</i>)	Frequência da pessoa (Hz)
	α_1	α_2	α_3	α_4		
AISC [44]	0,83 exp (-0,35 $i f_0$) ; com $i = 1, 2, 3, 4$ para $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, respectivamente, ou ainda:				1	1,60 - 2,20
	0,50	0,10	0,10	0,05		
BS5400 [45] e ONT [46]	0,257	-	-	-	qualquer	qualquer
BACHMANN <i>et alli</i> [42] e CEB [47]	0,40	0,10	0,10	-	qualquer	1,60 a 2,40
COPPE [16,17,48]	0,34	0,10	0,10	-	qualquer	1,60 a 2,00
EBRAHIMPUR <i>et alli</i> [15]	0,25-0,20 log (<i>n</i>)	-	-	-	≤ 10	andar espontâneo
	0,05	-	-	-	> 10	1,50 ou andar espontâneo (*)
	0,18-0,05 log (<i>n</i>)	-	-	-	≤ 10	1,50 (*)
	0,25-0,08 log (<i>n</i>)	-	-	-	≤ 10	1,75 (*)
	0,17	-	-	-	> 10	1,75 (*)
	0,34-0,09 log (<i>n</i>)	-	-	-	≤ 10	2,00 (*)
	0,25	-	-	-	> 10	2,00 (*)
	0,51-0,09 log (<i>n</i>)	-	-	-	≤ 10	2,50 (*)
	0,42	-	-	-	> 10	2,50 (*)
WYATT [22]	0,16 se 3 Hz $< f_0 < 4$ Hz (0,4) x (1,4 - 0,25 f_0) se 4 Hz $< f_0 < 4,8$ Hz 0,08 se $f_0 > 4,8$ Hz f_0 é a frequência fundamental da estrutura Peso da pessoa = 600 N				qualquer	qualquer
YOUNG [41]	0,41 ($f_c - 0,95$) $\div 0,56$	0,069 + 0,0056 f_c	0,033 + 0,0064 f_c	0,013 + 0,0065 f_c	qualquer	1,00 - 2,80

(*) valores de α_1 para outras frequências entre 1,5 e 2,5 Hz podem ser obtidos por interpolação linear.

É de destacar que a força transmitida ao piso por um peão em andamento, ultrapassa o valor do peso estático da pessoa. No caso da Figura 6.4, o peão pesa 608N e chega a transmitir mais de 950N. No caso de outras acções de maior intensidade, como por exemplo o correr, o peso transmitido pode chegar até três vezes o peso estático do peão.

Na Figura 6.8 apresenta-se a relação da força pelo peso estático do peão em função do tempo e onde se podem observar diferentes situações de carga e a força transmitida.

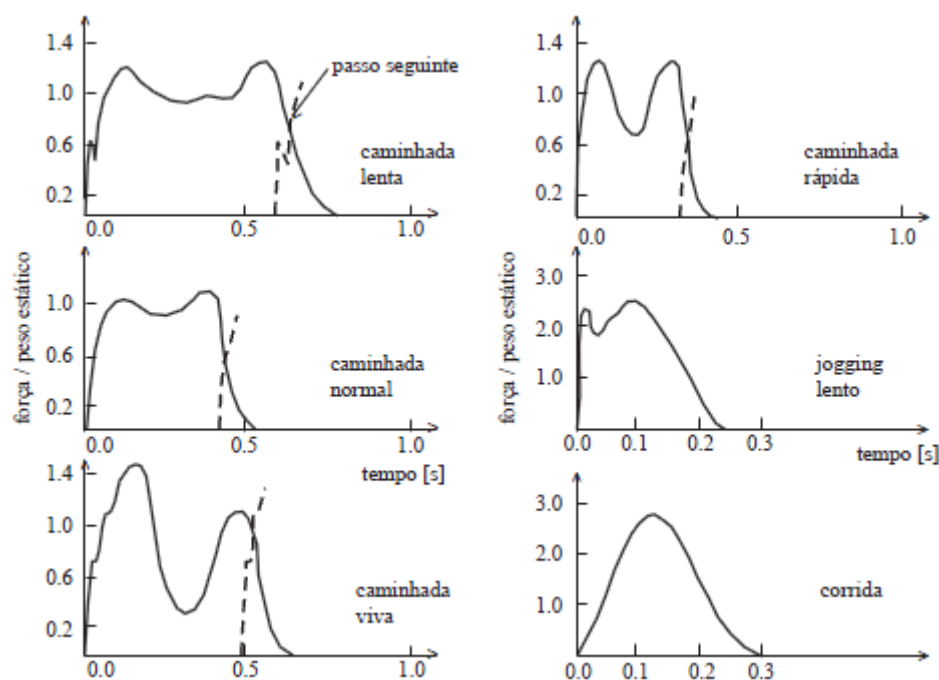


Fig.6.8 – Funções de carga para diferentes ações, [1]

6.2.2. CARACTERÍSTICAS DO CAMINHAR HUMANO

As características do caminhar que mais influenciam a força transmitida ao piso são a frequência f , a velocidade v e o comprimento da passada l . Estes valores foram estudados por *Bachmann e Ammann*, [2] e apresentam-se na Tabela 13. A frequência de passada é definida pelo número de passos num segundo e o comprimento de passada é definido pela distância entre os dois pés em passada. A frequência é relacionada com os restantes parâmetros através da seguinte expressão $v = f * l$.

Tabela 13 – Valores encontrados por *Bachmann e Ammann* para as características principais do caminhar

	Frequência de passada (Hz)	Velocidade de passada (m/s)	Comprimento de passada (m)
Caminhada Lenta	1.7	1.1	0.60
Caminhada normal	2.0	1.5	0.75
Caminhada rápida	2.3	2.2	1.00
Corrida lenta	2.5	3.3	1.30
Corrida rápida	3.2	5.5	1.75

6.2.3. MODELAÇÃO EM LINGUAGEM FORTRAN

A análise dinâmica foi feita pelo método da sobreposição modal. Uma vez determinados os modos e frequências através da análise de vibrações livres, podem adoptar-se como coordenadas generalizadas da estrutura contínua, as amplitudes das componentes modais da resposta global do sistema dinâmico.

Para a modelação da estrutura considera-se uma discretização unifilar com elementos de viga e escreveram-se as equações de movimento em coordenadas generalizadas admitindo-se modos de vibração de flexão vertical e de torção (Figura 6.9). Note-se que a Figura 6.9 e 6.10 são apenas exemplificativas do método, uma vez que são representações para o caso de uma viga simplesmente apoiada, e não com um encastramento como considerado na presente estrutura.

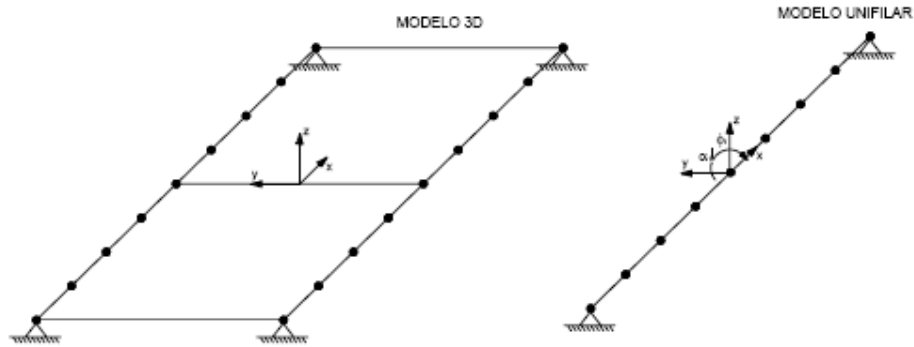


Fig.6.9 – Representação esquemática do modelo unifilar, [4]

Determinando-se os modos e frequências naturais de vibração, por meio de análise de vibrações livres, podem assumir-se as amplitudes das componentes modais como coordenadas generalizadas. Na Figura 6.10 é representado esquematicamente, para um elemento de grelha, os modos de vibração de flexão $\phi_{1,v}$ e $\phi_{2,v}$. No caso de um modo de torção, este é considerado pela rotação α . É necessário multiplicar a amplitude das componentes modais pela excentricidade do ponto mais afastado (Figura 6.11).

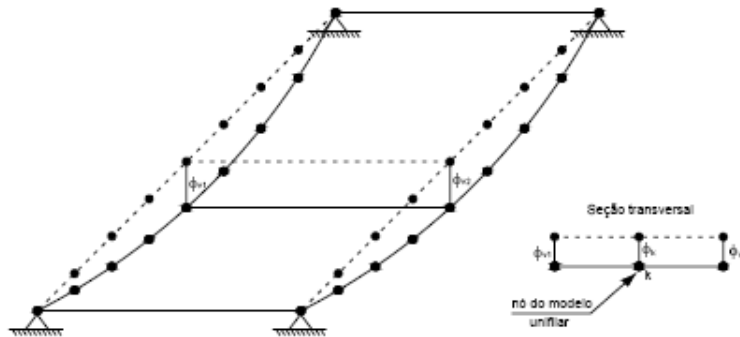


Fig.6.10 – Primeiro modo de flexão vertical, [4]

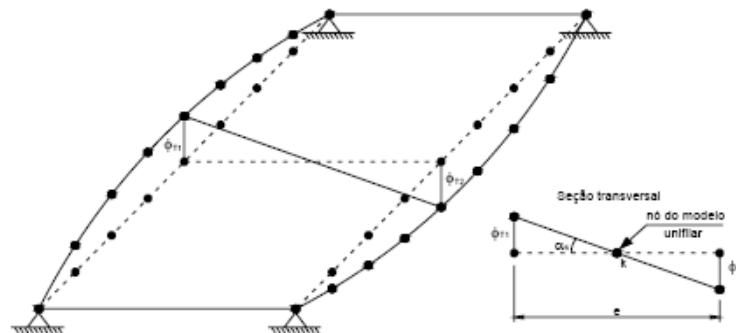


Fig.6.11 – Primeiro modo de flexão de torção, [4]

Para a estimativa da massa modal foi utilizada a seguinte formulação. Sabendo que, devido às propriedades ortogonais da matriz massa, se dá a igualdade expressa na Equação 15,

$$(\phi_i^{ON})^T * M * \phi_i^{ON} = I \quad (15)$$

e tendo em conta que a massa modal é dada pela Equação 16,

$$m_i = \phi_{i,norm} * M * \phi_{i,norm} \quad (16)$$

e que o auto-vector normalizado é dado pela Equação 17,

$$\phi_{i,norm} = \frac{\phi_i^{ON}}{\max \phi_i^{ON}} \quad (17)$$

em que ϕ_i^{ON} é o auto-vector ortonormal à matriz de massa e i é a i -ésima forma modal de vibração, então pode dizer-se que (Equação 18):

$$m_i = \frac{(\phi_i^{ON})^T}{\max \phi_i^{ON}} * M * \frac{\phi_i^{ON}}{\max \phi_i^{ON}} = \frac{1}{(\max \phi_i^{ON})^2} \quad (18)$$

Desta forma obtêm-se as massas modais associadas aos diferentes modos e os respectivos auto-vectores.

Determinando-se os modos e frequências naturais de vibração, por meio de análise de vibrações livres, podem-se assumir as amplitudes das componentes modais como coordenadas generalizadas.

Foi criado um programa em linguagem *FORTRAN* que permitisse resolver a equação diferencial de movimento utilizando o método de Runge-Kutta. Este método transforma uma equação diferencial de 2ª ordem em duas equações diferenciais de 1ª ordem e torna possível a sua resolução analítica.

As informações necessárias a introduzir no programa, para a obtenção dos resultados (deslocamentos ou acelerações) podem dividir-se em dois grupos distintos. O primeiro relativo às características modais da estrutura tendo como dados de entrada:

- Frequências naturais;
- Massas modais
- Auto-vectores normalizados

O segundo grupo é relativo a informações características do caminhar humano e amortecimentos dos modos de vibração da estrutura estimados anteriormente:

- Nó sobre o qual se pretende fazer a análise *GLINT*;
- Amplitude da força *AF*;
- Tempo máximo de resposta *TMAX*;
- Taxa de amortecimento para a flexão *KSIF*;
- Comprimento do passo *CP*;
- Frequência do caminhar *FC*;
- Taxa de amortecimento para a torção *KSIT*;
- Distância da lateral do ponto considerado ao eixo longitudinal da ponte *DT*;
- Excentricidade da força em relação ao eixo longitudinal da ponte *DT_FORCA*.

Nota para o facto de o programa ter sido desenvolvido para a análise de estruturas considerando apenas um modo de flexão e um modo de torção.

Apresenta-se, no anexo A17, a formulação do programa em linguagem *FORTRAN*.

6.3. TESTES AO MODELO

6.3.1. CARGA DE IMPACTO

6.3.1.1. Caracterização da carga

No programa SAP, introduziu-se uma força de impacto no eixo da ponte, a meio vão. A força de impacto unitária foi definida como uma função linear em que se atinge o pico de 1kN em 0,2s e de novo em 0,2s a força deixa de ser aplicada, deixando a estrutura em vibração livre. Analisou-se a resposta até 5s depois do início da aplicação da carga.

Na figura 6.12 define-se, graficamente, a função introduzida no modelo numérico, para a representação da carga de impacto.

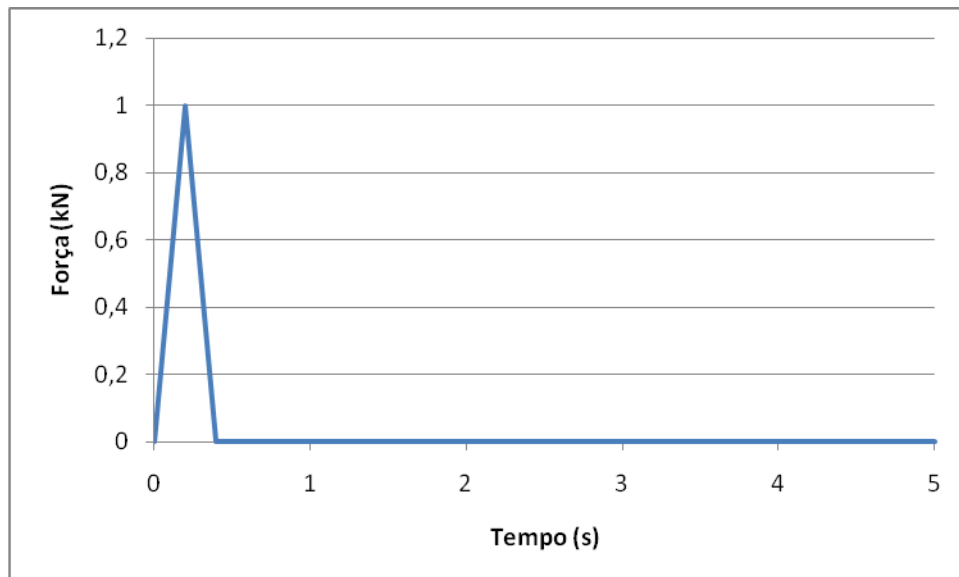


Fig.6.12 – Representação gráfica da força de impacto

6.3.1.2. Correlação entre modelos

São agora apresentados, para a correspondente carga, os gráficos dos deslocamentos x tempo segundo o programa FORTRAN e segundo o programa SAP2000, Figura 6.13. Sobrepondo os dois gráficos é possível perceber correlação favorável entre os resultados dos dois modelos. Na Figura 6.14 procede-se da mesma forma para obter a correlação em termos de acelerações no tempo. A linha vermelha corresponde à resposta dada pelo FORTRAN e a linha azul corresponde à resposta dada pelo programa SAP2000.

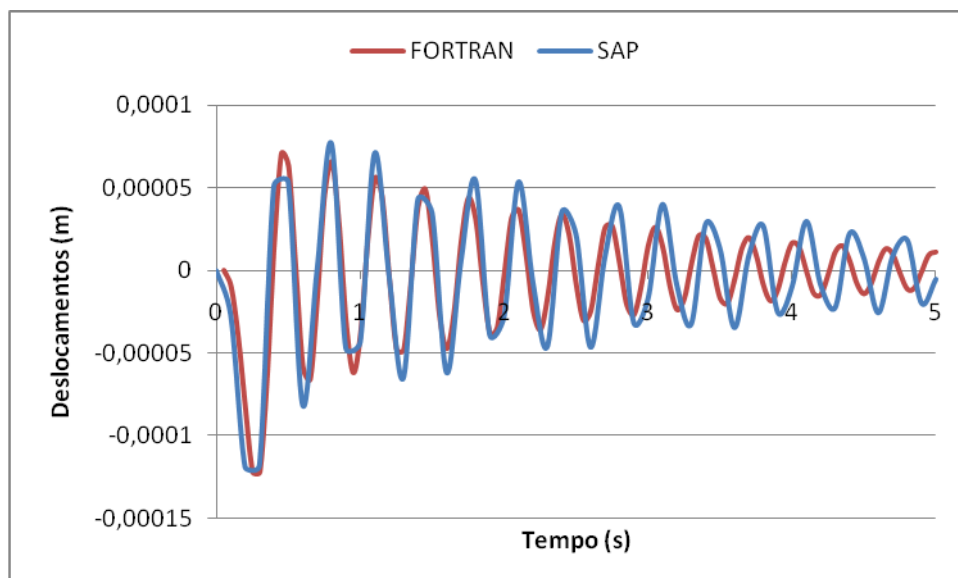


Fig.6.13 – Correlação entre métodos em termos de deslocamentos para uma carga de impacto

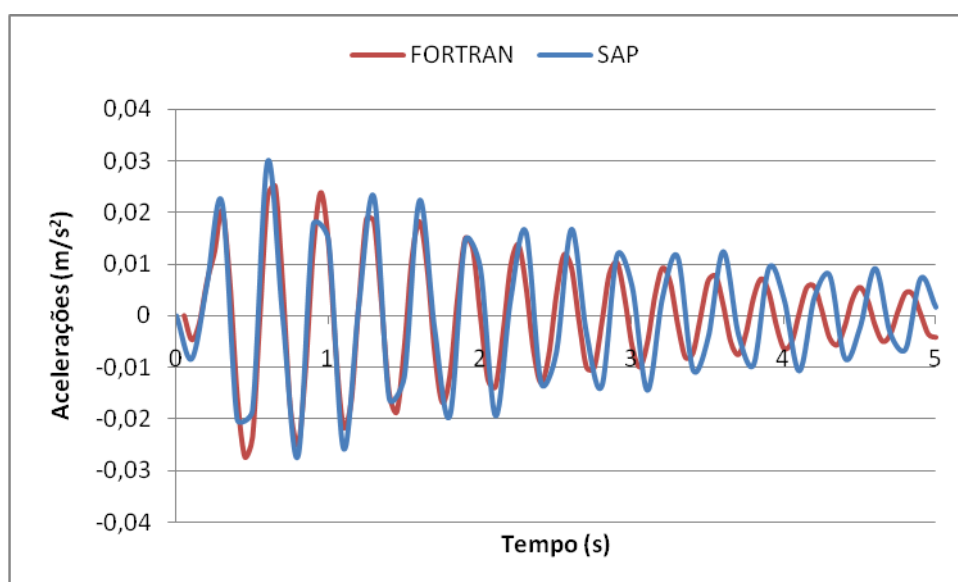


Fig.6.14 – Correlação entre métodos em termos de acelerações para uma carga de impacto

6.3.2. CARGA SINUSOIDAL

6.3.2.1. Caracterização da carga

Uma vez mais, começou por se introduzir a função no programa SAP, desta vez uma função sinusoidal de frequência 2π . Analisou-se uma vez mais a função até 5s após o início da aplicação da carga.

Na Figura 6.15 define-se graficamente, a função introduzida no modelo numérico para a representação da carga sinusoidal.

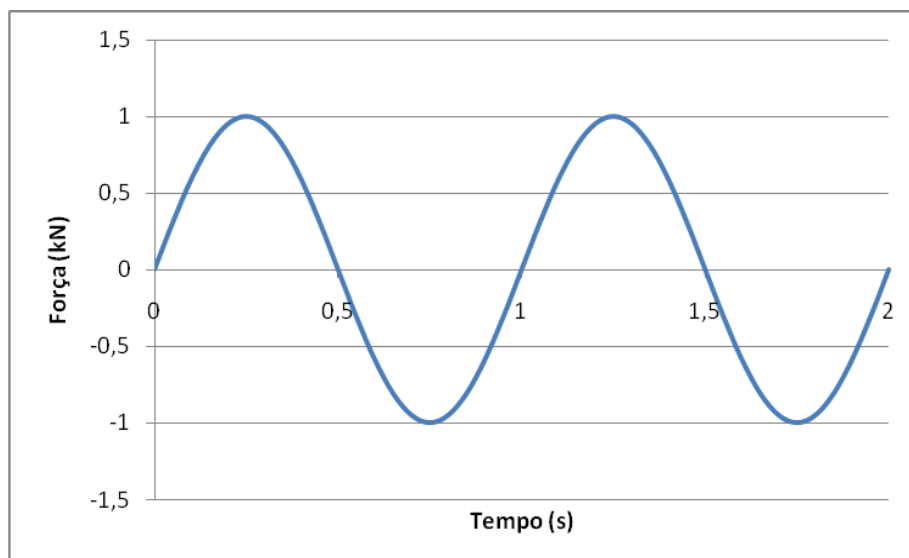


Fig.6.15 – Representação gráfica da força sinusoidal

6.3.2.2. Correlação entre modelos

Seguindo a mesma metodologia, apresenta-se na Figura 6.16 a correlação em termos de deslocamentos e Figura 6.16 a correlação dos dois programas em termos de acelerações.

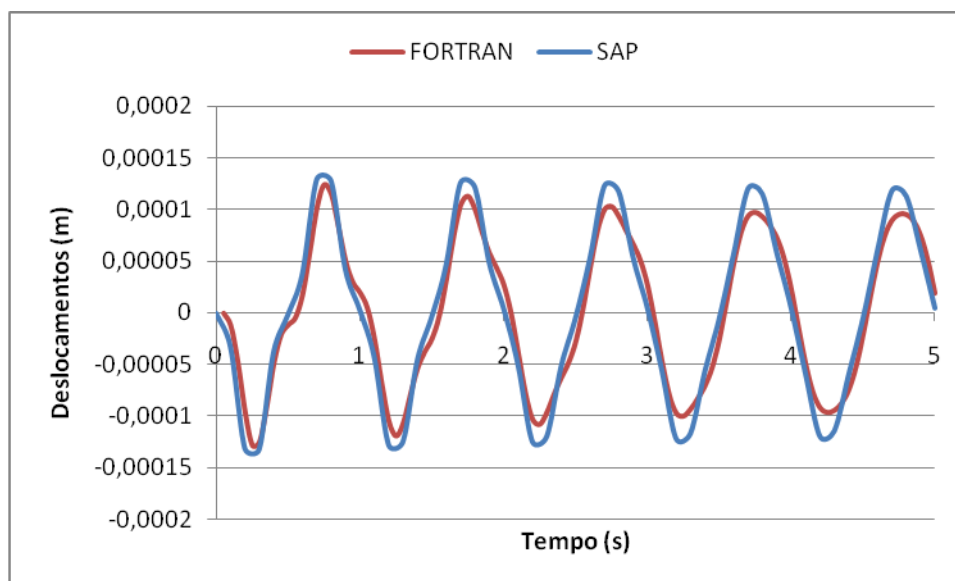


Fig.6.16 – Correlação entre métodos em termos de deslocamentos para uma carga sinusoidal

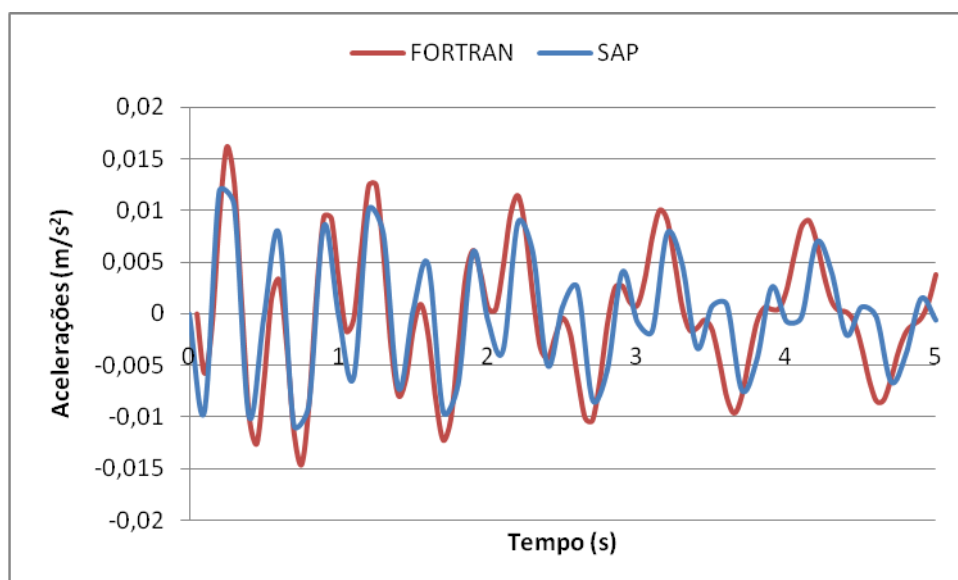


Fig.6.17 – Correlação entre métodos em termos de acelerações para uma carga sinusoidal

Observando as Figuras 6.13, 6.14 e 6.16, 6.17, constata-se que os resultados não são coincidentes mas podem considerar-se como aceitáveis no âmbito do trabalho desenvolvido.

6.3.3. EXEMPLO SIMPLES

Tomando como exemplo simples representado na Figura 6.18, uma viga bi-apoiada de comprimento 10m, com uma carga móvel unitária aplicada que desloca ao longo da mesma. A viga apresenta uma secção W16x26.

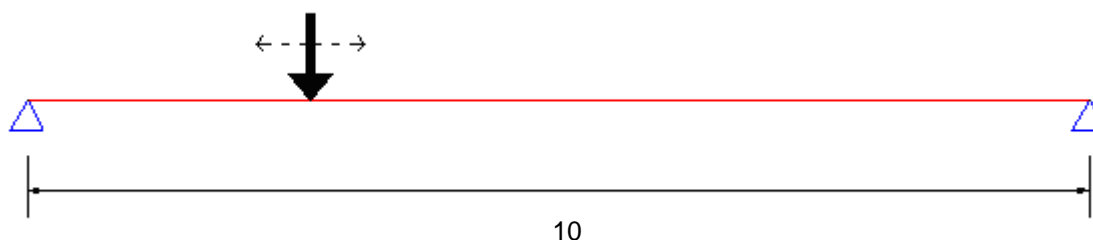


Fig.6.18 – Viga bi-apoiada com carga móvel

Primeiramente é necessário discretizar a viga em vários pontos que concentram toda a massa da viga nesses mesmos pontos, sendo que as barras que os ligam deixam de ter massa, fazendo apenas a ligação entre eles. Neste caso pode dividir-se a viga em 10 partes iguais de 1m cada uma. Assim, discretizando esta viga simples é possível saber as coordenadas generalizadas analisando os modos de vibração da estrutura através das amplitudes das suas componentes modais.

Neste exemplo, o primeiro e segundo modo são modos de flexão lateral sendo que o terceiro modo é vertical. Vamos analisar este terceiro modo para saber deslocamentos e acelerações verticais. Analisando a forma modal da estrutura no SAP2000, retiram-se directamente os valores das amplitudes modais em cada um dos pontos.

Tabela 14 – Auto-vector ortonormal à matriz de massa do modo de vibração vertical para exemplo da Fig.6.18

Coordenadas	Auto-vector
0	0.0000
1	0.7008
2	1.3329
3	1.8346
4	2.1567
5	2.2677
6	2.1567
7	1.8346
8	1.3329
9	0.7008
10	0.0000

O segundo passo consiste em calcular o auto-vector normalizado através do método explicitado anteriormente em 5.2.1.

Tabela 15 – Auto-vector normalizado do modo de vibração vertical para exemplo da Fig.6.18

Coordenadas	Auto-vector
0	0.0000
1	0.3090
2	0.5878
3	0.8090
4	0.9510
5	1.0000
6	0.9510
7	0.8090
8	0.5878
9	0.3090
10	0.0000

Seguindo a metodologia, são calculadas as massas modais para posteriormente serem inseridas no programa. Nesse caso, a massa modal associada à flexão vertical é de $1 / 2,2677^2 = 0.194$ toneladas.

Podem obter-se os deslocamentos e acelerações no ponto que se pretender ao introduzirem-se os dados relativos a uma carga móvel no programa.

6.4. ACÇÃO HUMANA NA PONTE PEDONAL

6.4.1. CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DA ESTRUTURA

Considerando agora uma pessoa caminhando pela ponte vão analisar-se os efeitos dinâmicos da passagem do peão retirando as acelerações provocadas e os deslocamentos impostos. Da mesma forma que foi dado o exemplo para a viga bi-apoiada, os procedimentos serão agora aplicados na ponte, desta vez para a carga humana propriamente dita.

O modelo de barras foi construído aproveitando os pontos já considerados para a elaboração do modelo numérico. Dividiu-se a estrutura em 28 nós e as suas coordenadas apresentam-se na Tabela 16. Desta forma leram-se as amplitudes modais directamente no programa de análise estrutural SAP 2000, Tabela 16.

Tabela 16 – Coordenadas do modelo unifilar

Nó	Coordenadas	Nó	Coordenadas
1	0,00	15	19,98
2	1,44	16	21,40
3	2,88	17	22,83
4	4,30	18	24,25
5	5,73	19	25,68
6	7,15	20	27,10
7	8,58	21	28,53
8	10,00	22	29,95
9	11,43	23	31,38
10	12,85	24	32,80
11	14,28	25	34,23
12	15,70	26	35,65
13	17,13	27	37,08
14	18,55	28	38,50

Como se sabe, o primeiro modo de vibração é de flexão lateral, o segundo é de flexão vertical e o terceiro é de torção. A Tabela 17 apresenta os valores retirados do modelo numérico para os auto-vectores ortonormais. Note-se que, neste caso, existe um modo de torção que é obtido de forma diferente dos modos verticais. A Tabela 18 apresenta os auto-vectores normalizados. Foram obtidos dividindo cada componente dos auto-vectores ortonormais pelo seu componente de valor máximo. O passo seguinte foi obter as características modais da estrutura, nomeadamente as massas modais.

Tabela 17 – Auto-vectores ortonormais em relação à matriz de massa

Coordenadas	MODOS ORTONORMAIS		
	1 LATERAL	2 VERTICAL	3 TORSOR
0,00	0,0516	0,0000	0,0001
1,44	0,0633	0,0223	0,0116
2,88	0,0768	0,0447	0,0249

4,30	0,0896	0,0662	0,0363
5,73	0,1035	0,0866	0,0468
7,15	0,1164	0,1059	0,0564
8,58	0,1288	0,1236	0,0651
10,00	0,1403	0,1398	0,0728
11,43	0,1509	0,1541	0,0795
12,85	0,1601	0,1663	0,0851
14,28	0,1680	0,1762	0,0897
15,70	0,1742	0,1839	0,0932
17,13	0,1789	0,1889	0,0957
18,55	0,1816	0,1915	0,0971
19,98	0,1826	0,1914	0,0975
21,40	0,1815	0,1890	0,0967
22,83	0,1786	0,1838	0,0949
24,25	0,1737	0,1763	0,0920
25,68	0,1670	0,1664	0,0880
27,10	0,1585	0,1543	0,0829
28,53	0,1483	0,1401	0,0767
29,95	0,1364	0,1241	0,0693
31,38	0,1233	0,1063	0,0609
32,80	0,1087	0,0871	0,0513
34,23	0,0933	0,0669	0,0408
35,65	0,0768	0,0463	0,0295
37,08	0,0599	0,0241	0,0161
38,50	0,0442	0,0000	0,0017

Tabela 18 – Auto-vectores normalizados

Coordenadas	MODOS NORMALIZADOS		
	1 LATERAL	2 VERTICAL	3 TORSOR
0,00	0,282	0,000	0,001
1,44	0,346	0,116	0,119
2,88	0,421	0,233	0,255
4,30	0,490	0,345	0,372
5,73	0,567	0,452	0,480
7,15	0,637	0,553	0,579
8,58	0,705	0,645	0,668
10,00	0,768	0,730	0,747
11,43	0,826	0,804	0,815
12,85	0,877	0,868	0,873
14,28	0,920	0,920	0,920
15,70	0,954	0,960	0,956
17,13	0,979	0,986	0,982
18,55	0,995	1,000	0,996
19,98	1,000	0,999	1,000
21,40	0,994	0,987	0,992
22,83	0,978	0,960	0,973
24,25	0,951	0,921	0,944
25,68	0,915	0,869	0,902
27,10	0,868	0,805	0,850

28,53	0,812	0,731	0,786
29,95	0,747	0,648	0,711
31,38	0,675	0,555	0,625
32,80	0,595	0,455	0,526
34,23	0,511	0,349	0,419
35,65	0,421	0,242	0,302
37,08	0,328	0,126	0,165
38,50	0,242	0,000	0,017

Nesta fase os auto-vectores eram conhecidos bem como os auto-valores. Era necessário proceder ao cálculo das massas modais através do método apresentado no ponto 6.2.4.

Na tabela 19 apresentam-se os valores das frequências em Hertz, os auto-valores em radianos por segundo e finalmente as massas modais em toneladas.

Conforme demonstrado na introdução teórica, no ponto 6.2.1.3, segundo a Equação 27 as massas modais dos modos de flexão, 1 e 2, são aproximadamente metade do valor do peso real da estrutura, 54.477 toneladas.

Tabela 19 – Características dinâmicas da estrutura

	MODO 1	MODO 2	MODO 3	Formulário
Frequência (Hz)	2,44	3,17	4,15	$f = w / (2\pi)$
Vel.Angular (rad/s)	15,33	19,92	26,08	$w = f (2\pi)$
Massas Modais (ton)	30,01	27,27	105,28	$m = 1 / \max \wedge 2$

6.4.2. CARACTERIZAÇÃO DO CAMINHAR HUMANO

Depois de observados os ensaios, chegou-se à conclusão que o caminhar dos dois participantes não havido sido realizado ao longo do eixo longitudinal da ponte, e portanto a carga induzida pela pessoa apresentava uma excentricidade.

Na Figura 6.19 pode observar-se a sequência do caminhar do 1º participante e na Figura 6.20 fica explícita a excentricidade relativa ao eixo longitudinal da ponte. Neste caso o trajecto percorrido pelo participante é caracterizado por ter uma excentricidade aproximadamente constante em relação ao eixo.

Relativamente ao 2º participante, este caminhou de uma forma mais variável, iniciando a marcha mais excêntrica e aproximando-se depois do eixo como se pode ver nas Figuras 6.21 a 6.23.

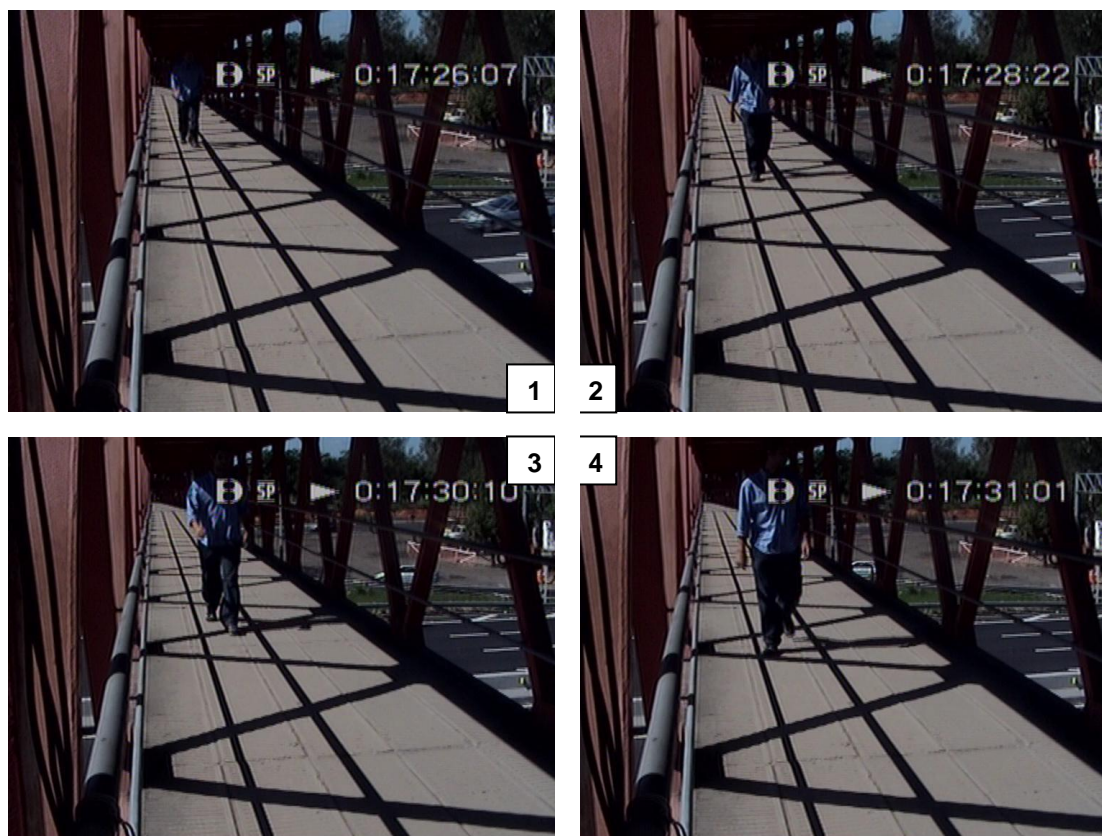


Fig.6.19 – Sequência do caminhar do 1º participante



Fig.6.20 – Pormenor da excentricidade do 1º participante



Fig.6.21 – Sequência do caminhar do 2º participante



Fig.6.22 – Pormenor da excentricidade inicial do 2º participante



Fig.6.23 – Pormenor da excentricidade a meio vão do 2º participante

O Anexo A16 apresenta um esquema de uma vista em planta da ponte que traduz os caminhares de ambos os participantes de forma a se perceber como foi estimada a excentricidade média de cada participante. Ao longo da estrutura são apresentados os valores da excentricidade em relação ao eixo longitudinal em metros. Seguidamente faz-se a média ponderada de todos os troços e chega-se aos valores médios de excentricidade.

Fazendo uma média ponderada pelos vários troços chega-se ao valor de 0.31m para o participante número 1, e de 0.18m para o número 2.

Para o 1º participante tem-se que:

$$(6,5*0,25 + 1*0,325 + 4,5*0,4 + 0,5*0,30 + 1*0,30) / 13,5 = 0,31\text{m}$$

Para o 2º participante tem-se que:

$$(0,5*0,15 + 4*0,075 + 5*0,15 + 1*0,225 + 1*0,30 + 1*0,35 + 1*0,40) / 13,5 = 0,18\text{m}$$

6.4.3. RESULTADOS

O passo seguinte foi calcular a resposta da acção humana segundo o modelo analítico criado no programa FORTRAN.

O caso mais desfavorável dá-se quando a estrutura se encontra em ressonância, ou seja, quando a frequência excitadora coincide com a frequência natural da ponte. As diversas normas disponíveis [2], [11], [12], estabelecem valores limite quando um peão caminha em ressonância com a estrutura.

Neste caso considerou-se um peão com 700N de peso percorrendo a ponte com uma frequência de passada de 1,585Hz e com um comprimento do passo de 0,75m. Os coeficientes de Fourier foram adoptados segundo a indicação da Figura 6.6, e os ângulos de fase foram Os parâmetros que caracterizam a função da acção humana encontram-se reunidos na Tabela 20.

Calculando a velocidade de um peão com uma frequência de passada de 1,585Hz e comprimento do passo de 0,75m, obtém-se o valor de 1,19m/s. Dividindo a velocidade pelos 38,50m de comprimento da ponte e invertendo o resultado chega-se à conclusão que o peão demora 32,28s a percorrer a ponte de uma extremidade à outra. Assim, optou-se por uma análise de duração de 45s de modo a poder observar-se o momento em que a estrutura deixa de ser carregada, em vibração livre.

Tabela 20 – Parâmetros caracterizadores da função da acção humana

G (N)	FC (Hz)	CP (m)	α_1	α_2	α_3	α_4
700	1,585	0,75	0,232	0,062	0,059	0,047
			Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4
			0	$\pi/2$	π	$\pi/2$

Assim, introduziram-se as características dinâmicas da estrutura apresentadas na Tabela 19 e, tendo em conta a Tabela 20, as seguintes informações:

- Nó sobre o qual se pretende fazer a análise $GLINT = 15$
- Amplitude da força $AF = 0.700\text{kN}$
- Tempo máximo de resposta $TMAX = 45\text{s}$
- Taxa de amortecimento para a flexão $KSIF = 0.016$
- Comprimento do passo $CP = 0.75\text{m}$
- Frequência do caminhar $FC = 1.585\text{Hz}$
- Taxa de amortecimento para a torção $KSIT = 0.068$
- Distância da lateral do ponto considerado ao eixo longitudinal da ponte $DT = 1.2\text{m}$
- Excentricidade da força em relação ao eixo longitudinal da ponte $DT_FORCA = 0.31\text{m}$

Assim, a resposta em termos de acelerações e deslocamentos de um peão caminhando com uma frequência de 1,585Hz apresenta-se nas Figuras 6.24 e 6.25, respectivamente.

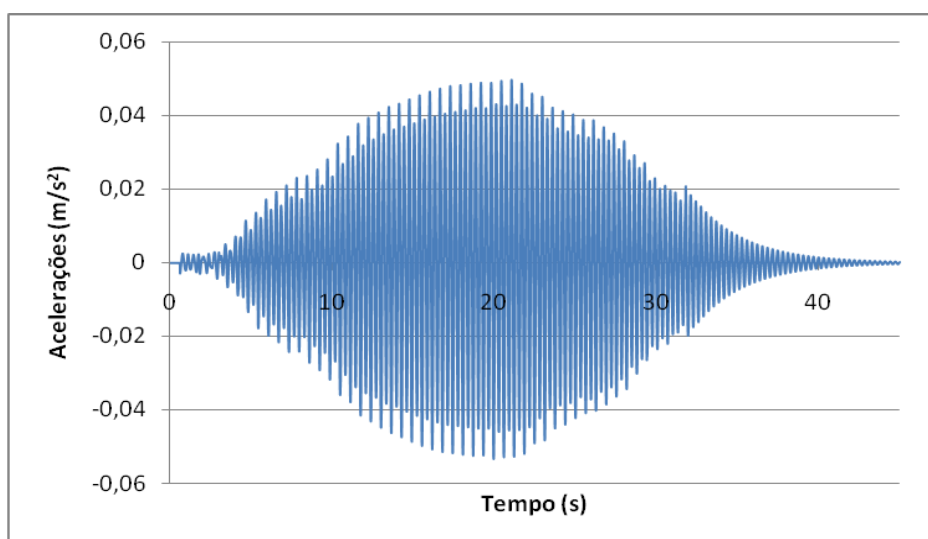


Fig.6.24 – Aceleração vertical no tempo a meio vão para a acção de 1 peão de 700N, FC=1,585Hz

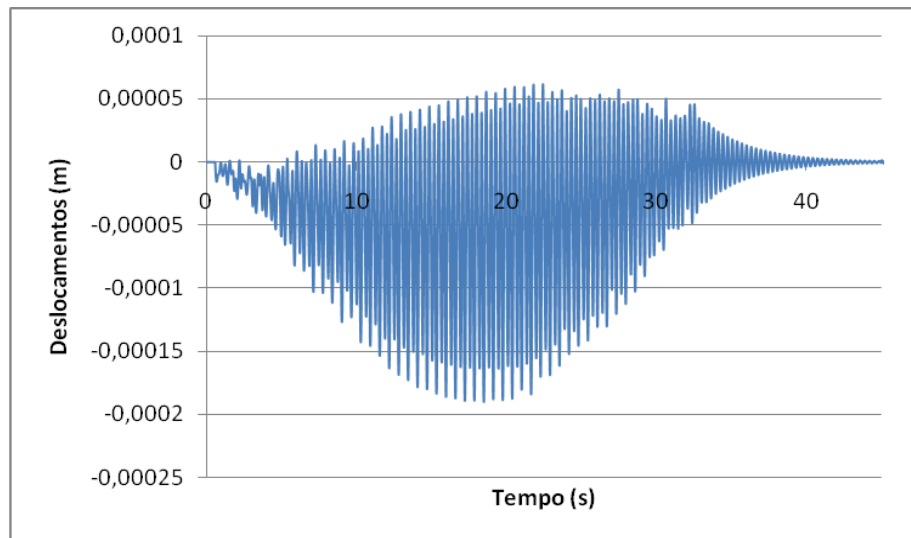


Fig.6.25 – Deslocamentos verticais no tempo a meio vão para a acção de 1 peão de 700N, $FC=1,585\text{Hz}$

Como se pode observar na Figura 6.24, as acelerações oscilam entre valores positivos e negativos atingindo o valor máximo em módulo, de $0,053\text{m/s}^2$. Como se pode ver, por volta 32 segundos o peão sai da ponte e a estrutura deixa de ser carregada entrando em regime de vibrações livres. Esta absorção das oscilações é caracterizada pelo amortecimento natural dos diferentes modos de vibração, previamente calculado e introduzido no programa.

No que diz respeito aos deslocamentos, é perceptível que o gráfico não seja simétrico relativamente ao eixo das abcissas. A resposta sofre uma translação pelo peso estático da pessoa. A variação dos deslocamentos é dada pela dinâmica do caminhar humano. Os deslocamentos impostos são apresentados na Figura 6.25 e apresentam o máximo, em módulo, de 0,191mm.

7

ANÁLISE DE VIBRAÇÕES NA PONTE EM ANÁLISE

7.1. INTRODUÇÃO

Os critérios de conforto admissível pelos utilizadores da ponte pedonal variam bastante, de indivíduo para indivíduo, de situação para situação. O conceito de conforto é na verdade bastante subjectivo e deve ser especificado, para se ter como referência algum padrão que indique valores médios de conforto aceitável.

Neste capítulo apresentam-se os resultados do estudo dinâmico da ponte em análise. Comparam-se os valores com os permitidos pelas várias normas e avalia-se a necessidade, ou não, de proceder à implementação de dispositivos de controlo de vibrações.

As duas soluções para a diminuição das vibrações em pontes pedonais passam pela alteração das frequências naturais da ponte e o aumento do amortecimento da estrutura através de introdução de dispositivos de controlo.

A frequência natural de uma estrutura é proporcional à raiz quadrada da rigidez da estrutura e inversamente proporcional à sua massa. Isto constitui um problema e explica o facto de, normalmente, se adoptar pelo aumento do amortecimento da estrutura em lugar da modificação das suas características naturais. Verifica-se que aumentando a rigidez da estrutura também se aumenta a massa da estrutura o que leva a que frequência natural seja difícil de alterar.

7.2. REGULAMENTAÇÃO

7.2.1. BACHMANN

Bachmann [2] fez algumas considerações relativamente aos níveis de conforto dos usuários de pontes pedonais e definiu algumas regras práticas de simples aplicação com o intuito de limitar as vibrações até níveis razoáveis.

Estipulou que a frequência média da passada de uma pessoa se situa no valor de 2Hz com um desvio padrão de 0.175, o que significa que, para uma distribuição normal, 95% dos peões caminha entre 1.65Hz e 2.35.

Considerando as bandas de risco de ressonância da acção pedonal, faz-se referência a um intervalo de frequências de excitação que varia entre 1,65Hz e 4,7Hz, considerando apenas o segundo harmónico de vibração da frequência de passada. Este autor não faz referência a limites de aceleração transversais.

Segundo a norma britânica BS 5400, para frequências naturais f_l menores que 5Hz, a aceleração vertical limite tolerável é $0.5 * f_l^{0.5}$ [m/s²]. No caso de a frequência natural atingir os 2Hz então a aceleração limite tolerável toma o valor de 0,7m/s².

A norma canadiana ONT 83 é consideravelmente menos conservativa. O critério foi estabelecido com base em inúmeros testes experimentais à sensibilidade humana. Assim, estabeleceu-se a média das respostas dos vários indivíduos intervenientes.

Para acelerações verticais limite em termos de tolerância humana, chegou-se à seguinte fórmula: $a_{\max} = 0.25 * f_l^{0.78}$ [m/s²]. Para frequências naturais iguais a 2Hz este limite toma o valor de 0,43m/s².

Como se pode ver a norma britânica é mais conservativa do que a canadiana.

7.2.2. SÉTRA

As orientações desta publicação, [11], definem, consoante a possibilidade de ocorrência de ressonância, quatro bandas de frequências naturais de risco. Apresenta duas escalas independentes, uma para vibrações verticais e longitudinais e outra para vibrações na direcção transversal.

No que diz respeito a vibrações na direcção vertical e longitudinal:

- A Banda 1 tem um risco de ressonância máximo associado e é caracterizada por frequências dentro do intervalo de 1.7 a 2.1Hz.
- A Banda 2 tem um risco de ressonância médio associado e é caracterizada por frequências dentro dos intervalos de 1.0 a 1.7Hz e 2.1 a 2.6Hz.
- A Banda 3 tem um risco de ressonância baixo associado e é caracterizada por frequências dentro do intervalo de 2.6 a 5.0Hz.
- A Banda 4 tem um risco de ressonância insignificante associado e é caracterizada por frequências abaixo de 1.0Hz e acima de 5.0Hz.

No que diz respeito a vibrações na direcção transversal:

- A Banda 1 tem um risco de ressonância máximo associado e é caracterizada por frequências dentro do intervalo de 0.5 a 1.1Hz.
- A Banda 2 tem um risco de ressonância médio associado e é caracterizada por frequências dentro dos intervalos de 0.3 a 0.5Hz e 1.1 a 1.3Hz.
- A Banda 3 tem um risco de ressonância baixo associado e é caracterizada por frequências dentro do intervalo de 1.3 a 2.5Hz.
- A Banda 4 tem um risco de ressonância insignificante associado e é caracterizada por frequências abaixo de 0.3Hz e acima de 2.5Hz.

Para além disto, são estabelecidas 3 classes de conforto consoante a aceleração.

- Classe CL1 – conforto máximo quando as acelerações verticais estão abaixo de 0,5m/s² e horizontais abaixo de 0,1m/s².
- Classe CL2 – conforto médio quando as acelerações verticais se situam entre 0,5 e 1,0m/s² e horizontais entre 0,1 e 0,3m/s².
- Classe CL3 – conforto mínimo quando as acelerações se encontram entre 1,0 e 2,5m/s² e horizontais entre 0,3 e 0,8m/s².

Acima destes valores considera-se o desconforto inaceitável.

7.2.3. SYNPEX

A seguinte publicação, [12], tem origem com base no aumento da esbelteza das pontes pedonais mais recentes. Com este aumento e consequente diminuição da massa as pontes ficam mais susceptíveis de sofrer fenómenos de ressonância. Surge assim a necessidade deste regulamento, fruto de um projecto de investigação europeu sobre modelação das acções dos peões e orientações de projecto para pontes pedonais metálicas.

No caso de as frequências naturais estarem fora dos seguintes limites, então, o estudo dinâmico pode ser dispensado. De outra forma, deve proceder-se à sua análise acrescentando ao projecto de cargas estáticas esta mesma análise dinâmica.

Os limites são os seguintes:

- Relativamente a acelerações verticais, frequências naturais entre 1,3Hz e 2,3Hz;
- No que diz respeito a acelerações laterais, frequências naturais entre 0,5Hz e 1,2Hz.

Este regulamento adopta as mesmas classes de conforto que o SÉTRA relativas às acelerações.

7.3. ANÁLISE DE RESULTADOS

Analisando agora os valores obtidos com as três normas analisadas pode verificar-se que a estrutura em estudo está abaixo de todos os limites considerados. No ponto 7.2 deste capítulo faz-se referência a 3 regulamentos disponíveis. m/s^2

Tomando em conta o 1º e 2º participante e segundo *Bachmann*, as suas frequências excitadoras encontram-se dentro da banda de risco de ressonância, respectivamente 1,65 e 1,85Hz, valores aproximados e calculados em função do comprimento de passada e velocidade de cada indivíduo. No entanto, tomando em consideração a frequência mais desfavorável de 1,585Hz com que se fez a simulação percebe-se que este valor se encontra fora da banda de risco de ressonância.

Tendo em conta que a 1ª frequência natural do modo vertical de vibração toma o valor de 3,17Hz, então, segundo a BS 5400-2, a aceleração máxima é $0,88 m/s^2$. Segundo a ONT 83 a aceleração máxima tomaria o valor de $0,61 m/s^2$. No entanto, como se pode ver a aceleração máxima obtida para este caso prático, com a estrutura em ressonância no segundo harmónico, é de $0,053m/s^2$ e portanto cumpre ambos os limites.

Segundo o SÉTRA, esta ponte apresenta um risco de ressonância baixo, relativamente a vibrações no sentido vertical e longitudinal, situando-se na Banda 3. No que diz respeito a vibrações na direcção transversal, a estrutura apresenta um risco de ressonância insignificante uma vez que se apresenta uma frequência superior a 2,5Hz.

No que diz respeito ao conforto, esta estrutura apresenta uma classe CL1, ou seja, conforto máximo porque a sua aceleração máxima fica abaixo de $0,5m/s^2$.

Verificando agora as especificações do SYNPEX, conclui-se que tanto as frequências verticais como as transversais se encontram fora dos limites preconizados, logo, segundo este regulamento a ponte dispensa um estudo dinâmico.

8

CONSIDERAÇÕES FINAIS

1.1. CONCLUSÕES GERAIS

Uma das características que distingue este trabalho dos demais, prende-se com o facto já referido nos objectivos, de se basear num caso prático desenvolvido em ambiente empresarial de uma forma inerentemente prática e com propósitos profissionais.

Considera-se assim que alguns dos resultados não são os desejáveis do ponto de vista académico uma vez que seria interessante aprofundar a análise dinâmica, explorando o dimensionamento de dispositivos de controlo de vibrações. Aliás, esta matéria foi, na fase do planeamento dos conteúdos, de abordagem prevista. Porém, e mais uma vez se salienta, o facto de ser um caso de estudo real fez com que este assunto não fosse incluído, uma vez que a estrutura não apresentou vibrações acima dos limites regulamentares. Assim, conclui-se que o caso prático não necessita da implementação de dispositivos de controlo.

Pode apontar-se o facto de a estrutura ser bastante rígida e apresentar nas suas características dinâmicas um valor elevado para a frequência natural do modo de vibração vertical.

A modelação e os pressupostos assumidos nem sempre assumiram totalmente a realidade. O seu desenvolvimento foi sempre no sentido da melhor tradução da realidade possível. No entanto, a modelação da realidade apresenta estas dificuldades. A realidade possui inúmeros factores difíceis de contemplar, na sua totalidade, numa análise teórica.

Ao longo do estudo dinâmico neste trabalho chegaram-se a outras conclusões de fácil percepção. A mais intuitiva talvez seja o facto de os modos de vibração não serem totalmente puros. Ou seja, na análise da estrutura foram considerados modos distintos e isolados, sendo, neste caso, o primeiro lateral, o segundo vertical e o terceiro de torção. Sabe-se que isto não é verdade. Existem sempre outras componentes de movimento que se fundem nos diferentes modos. O método de sobreposição modal é uma boa aproximação, todavia induz alguns erros.

Assim, percebeu-se que uma análise mais aprofundada exigiria o estudo da questão como um problema não linear.

1.2. LINHAS DE INVESTIGAÇÃO FUTURAS

No que diz respeito a esta ponte pedonal, como já foi referido, a continuação deste trabalho poderia ser levada à exaustão fazendo agora uma análise mais precisa através de uma análise não linear de

tensões. Embora a necessidade de controlo de vibrações esteja afastada, seria interessante perceber as diferenças entre métodos e resultados.

Entende-se que seria também interessante existirem na bibliografia científica mais casos de estudo práticos e reais.

Poder-se-iam estudar outras formas de vibração, nomeadamente, fazer ensaios para multidões caminhando, correndo ou até dançando e saltando.

O programa criado em FORTRAN foi uma evolução de outro que já tinha sido utilizado academicamente para outros casos. Feita a adaptação, provou-se que este programa fornecia valores plausíveis para esta situação específica. No entanto, seria interessante preparar uma formulação geral que servisse a vários tipos de estruturas e análises. Que permitisse ao utilizador escolher o número de modos de vibração que pretendia incluir na resposta.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Alves, R.A. *Comportamento Dinâmico de Pontes sob Acção Pedonal*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2008.
- [2] Bachmann, H. *Vibration Problems in Structures, practical guidelines*. Birkhäuser verlag, 1997.
- [3] Caetano, E. Cunha, A. Moutinho, C. *Implementation of passive devices for vibration control at Coimbra footbridge*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto.
- [4] Melo, E.S. *Interação Dinâmica Veículo-Estrutura em pequenas Pontes Rodoviárias*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.
- [5] Moreira, T.V. *Análise da Sensibilidade Dinâmica de Edifícios com Estruturas Esbeltas*. Dissertação de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002.
- [6] Moutinho, C. *Controlo de Vibrações em Estruturas de Engenharia Civil*. Dissertação de Doutorado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2007.
- [7] Moutinho, C. *Controlo Passivo e Activo de Vibrações em Pontes de Peões*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [8] Pfeil, M. S. Vasconcelos, J. R. S. B. *Simulação da Resposta Dinâmica de Passarela ao Tráfego de Pedestres*. COPPE/UFRJ – Instituto Alberto Luiz Coimbra, Programa de Engenharia Civil. Rio de Janeiro.
- [9] Rainer, J.H., Pernica, G., Allen, D.E., *Dynamic Loading and Response of footbridges*, Canadian Journal of Civil Engineering, vol.15, 1988.
- [10] Santos, E.F. *Atenuadores Visco-Elásticos para redução de Oscilações Aeroelásticas de edifícios altos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2003.
- [11] SÉTRA. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading – Pratical guidelines*. 2006.
- [12] SYNPEX *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steels footbridges*. European Comission. 2006.
- [13] Varela, W.D. *Modelo Teórico-Experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios*. Dissertação de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.
- [14] www.arup.com/millenniumbridge/. Acesso em Maio de 2010.
- [15] www.controllato.com.br. Acesso em Abril de 2010

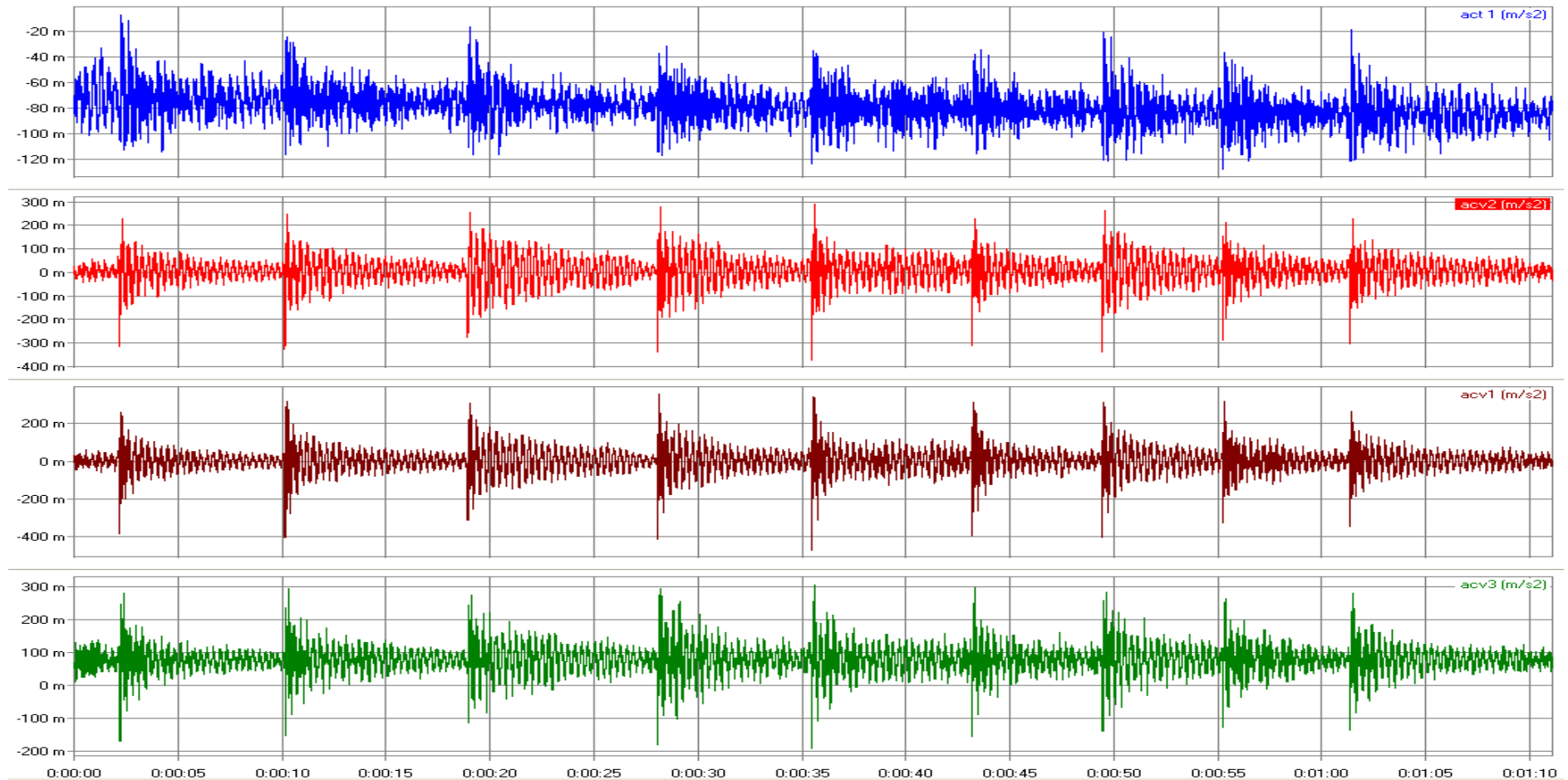
ANEXOS

A1 – Fotografias adicionais da ponte pedonal

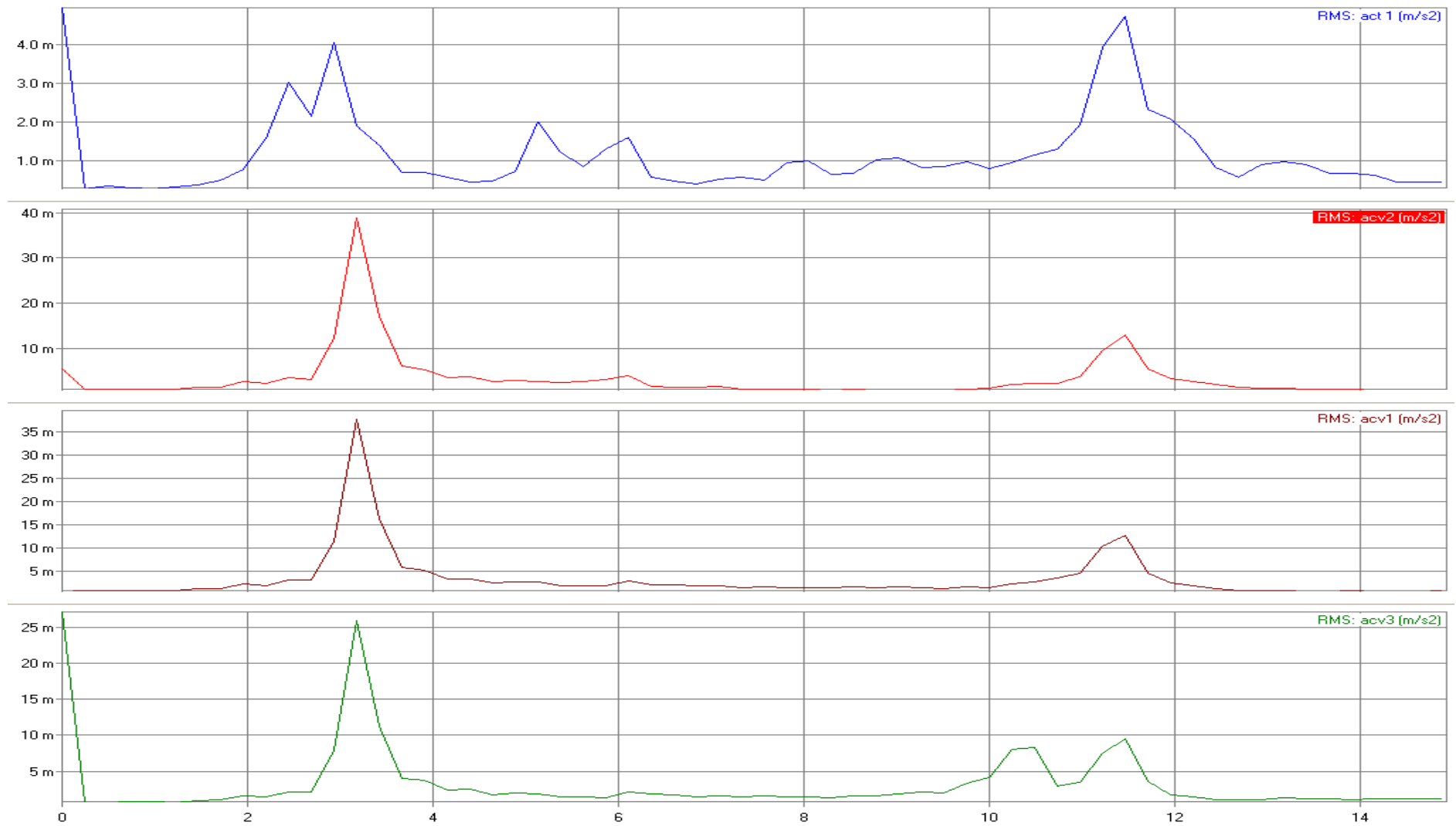




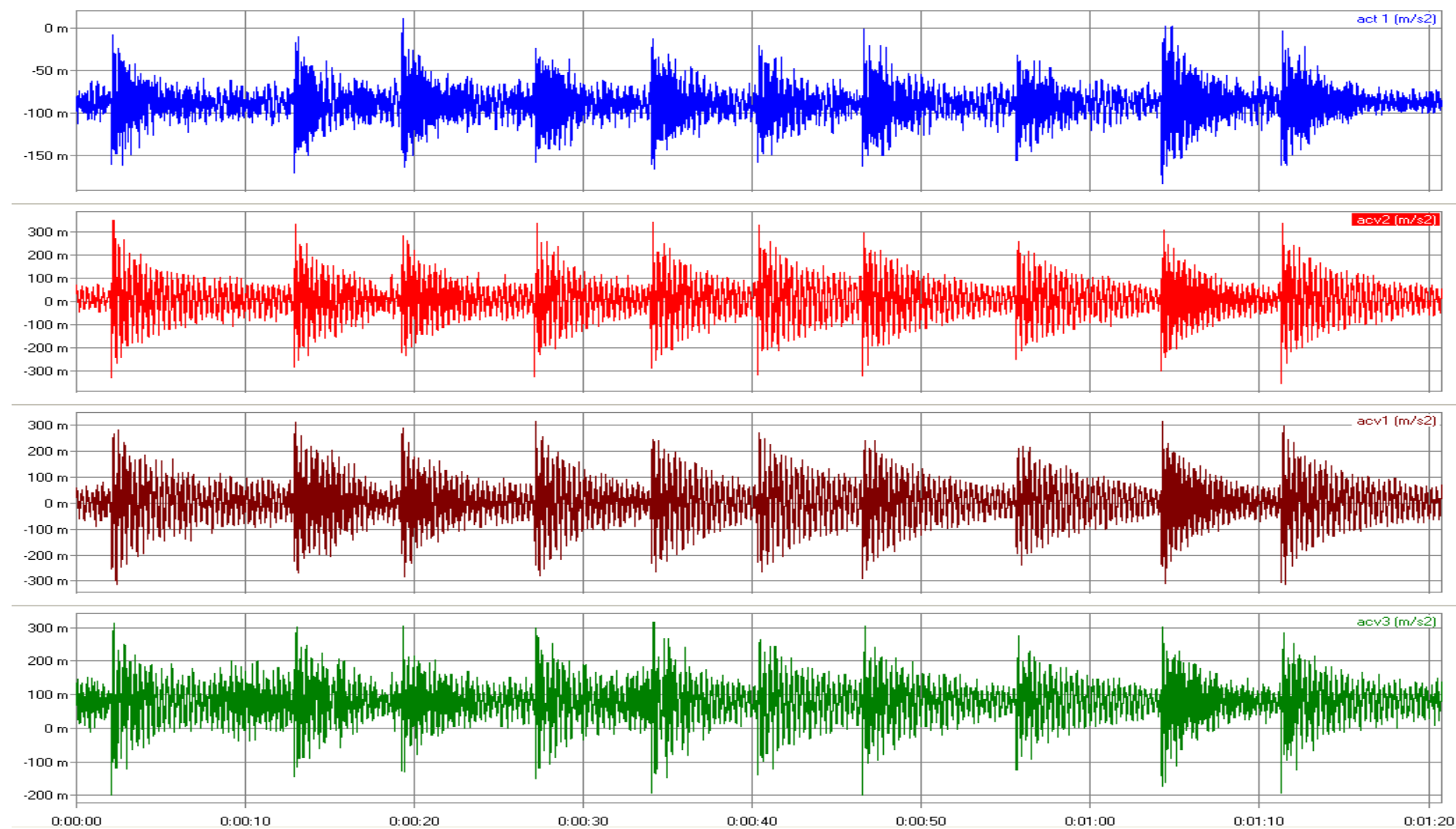
A2 - Sinal no tempo no eixo a meio vão



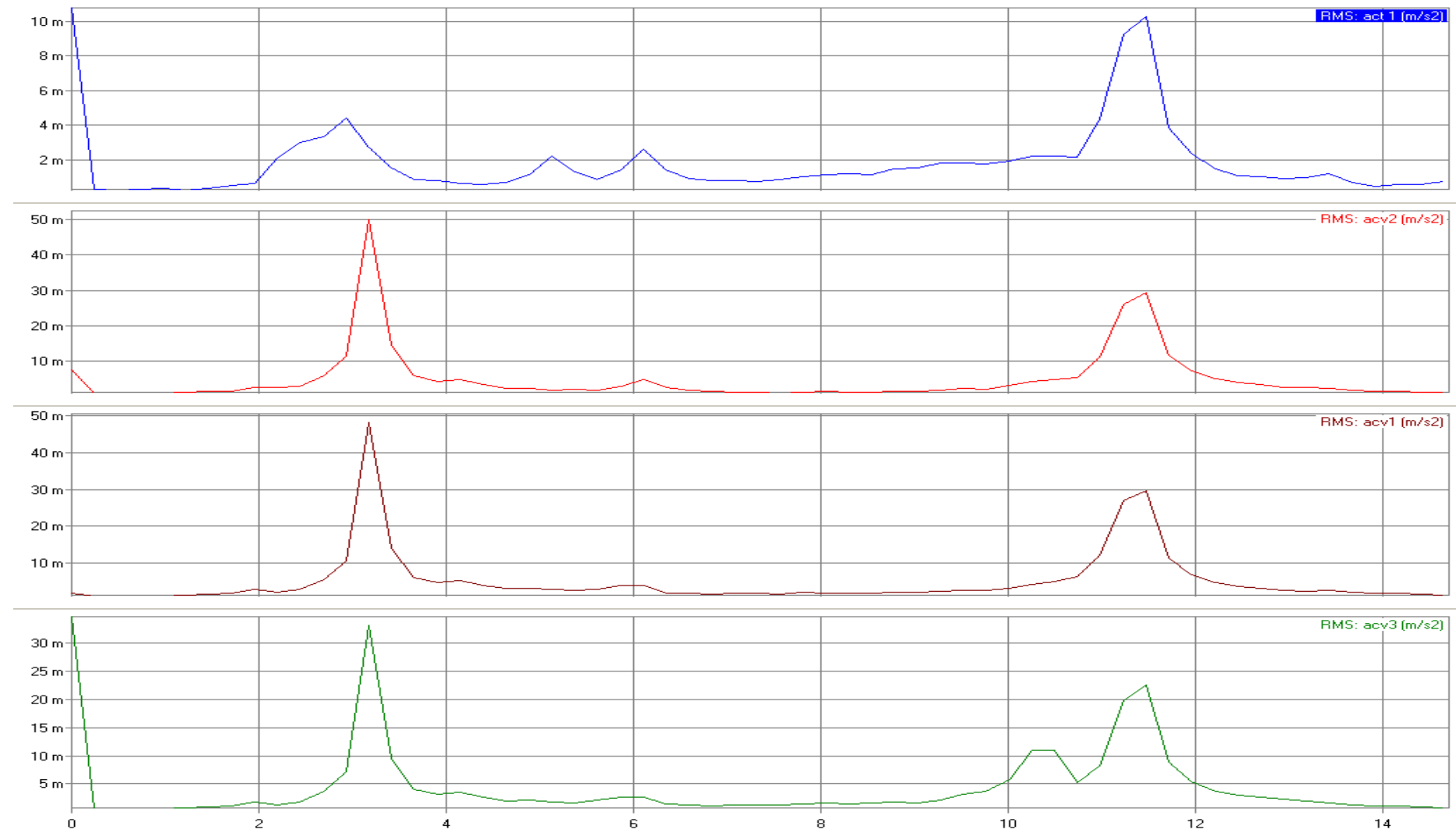
A3 - Espectro em frequência no eixo a meio vão



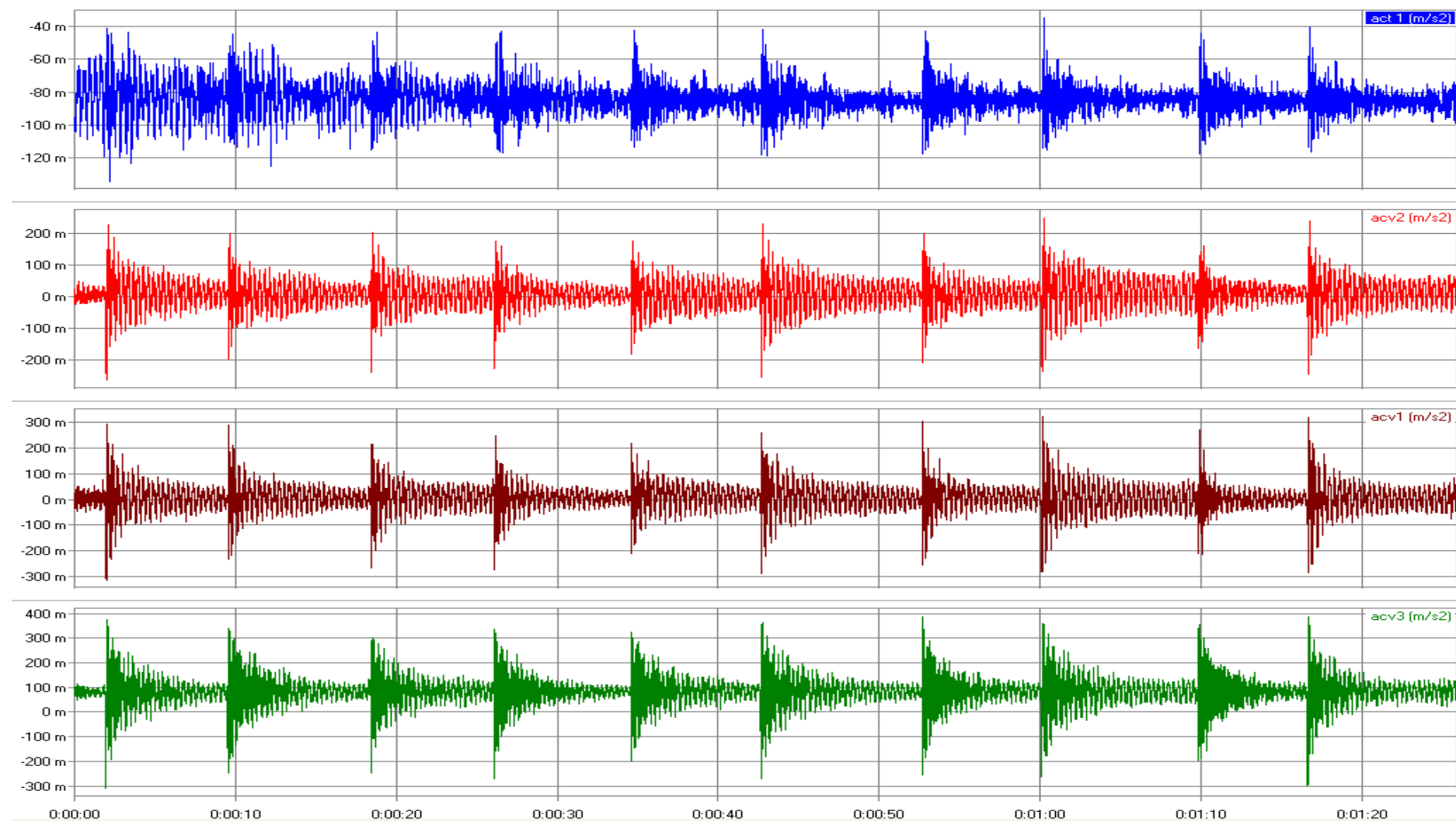
A4 - Sinal no tempo na lateral a meio vão



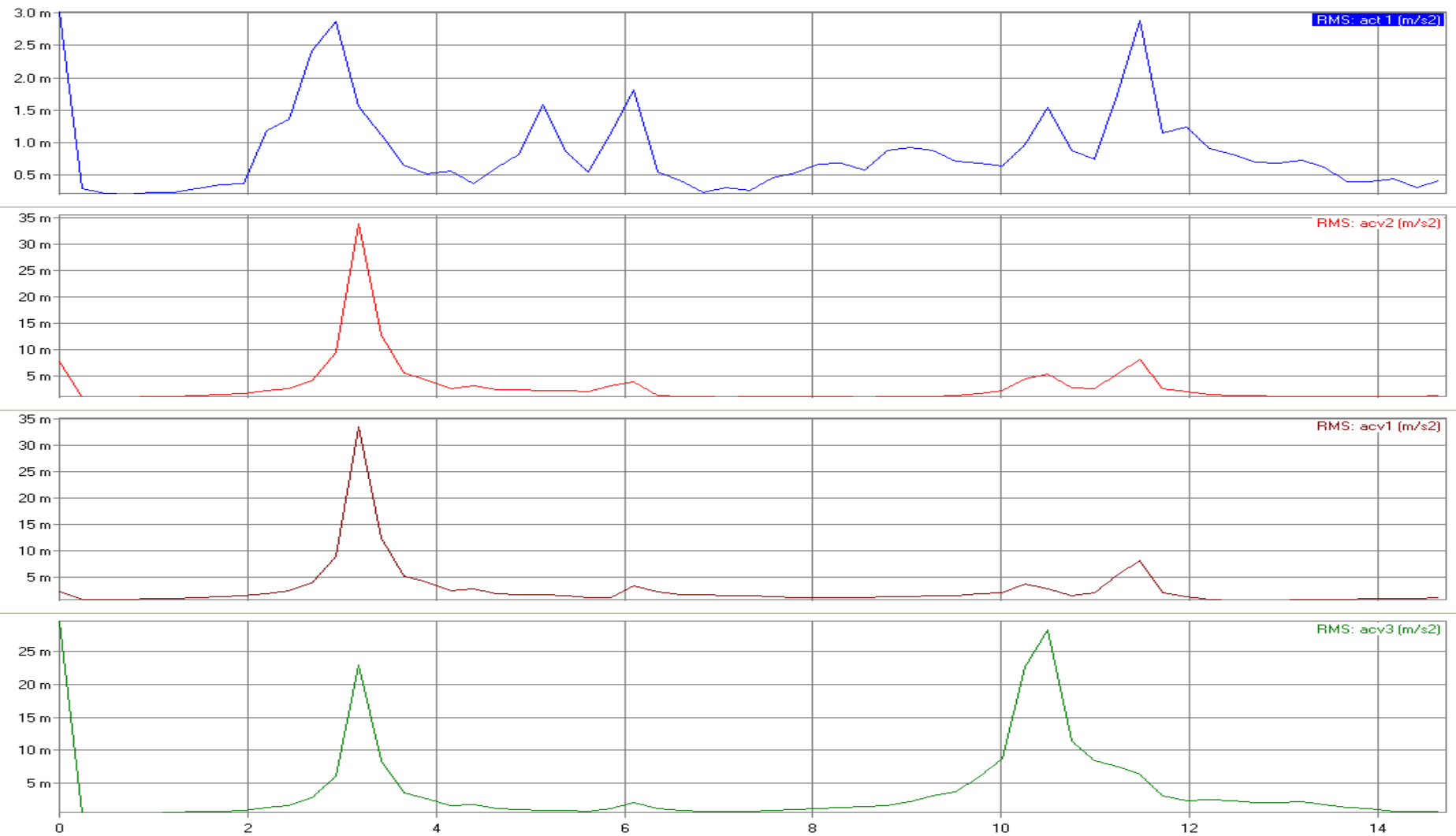
A5 - Espectro em frequências na lateral a meio vão



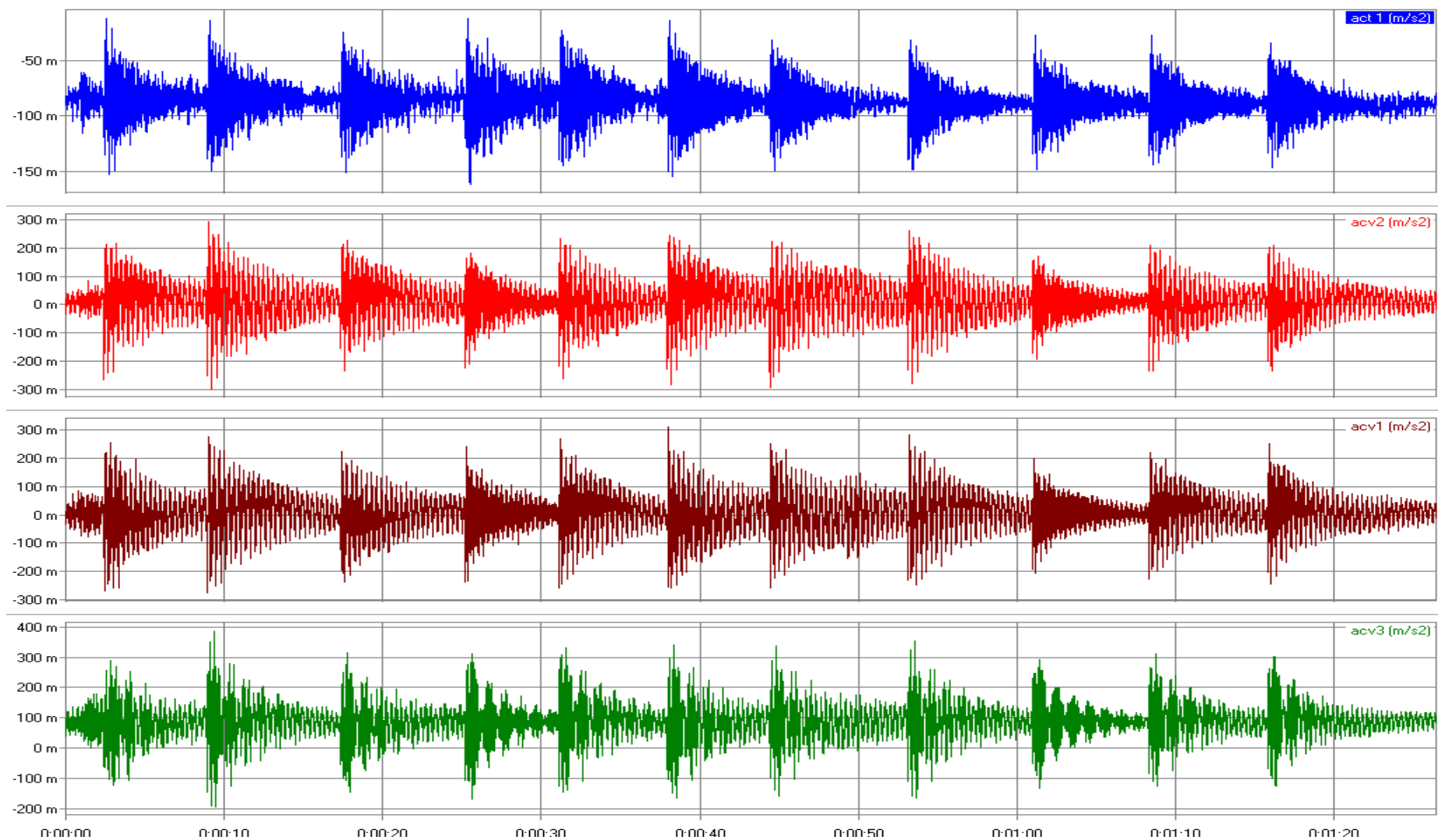
A6 - Sinal no tempo no eixo a $\frac{1}{4}$ do vão



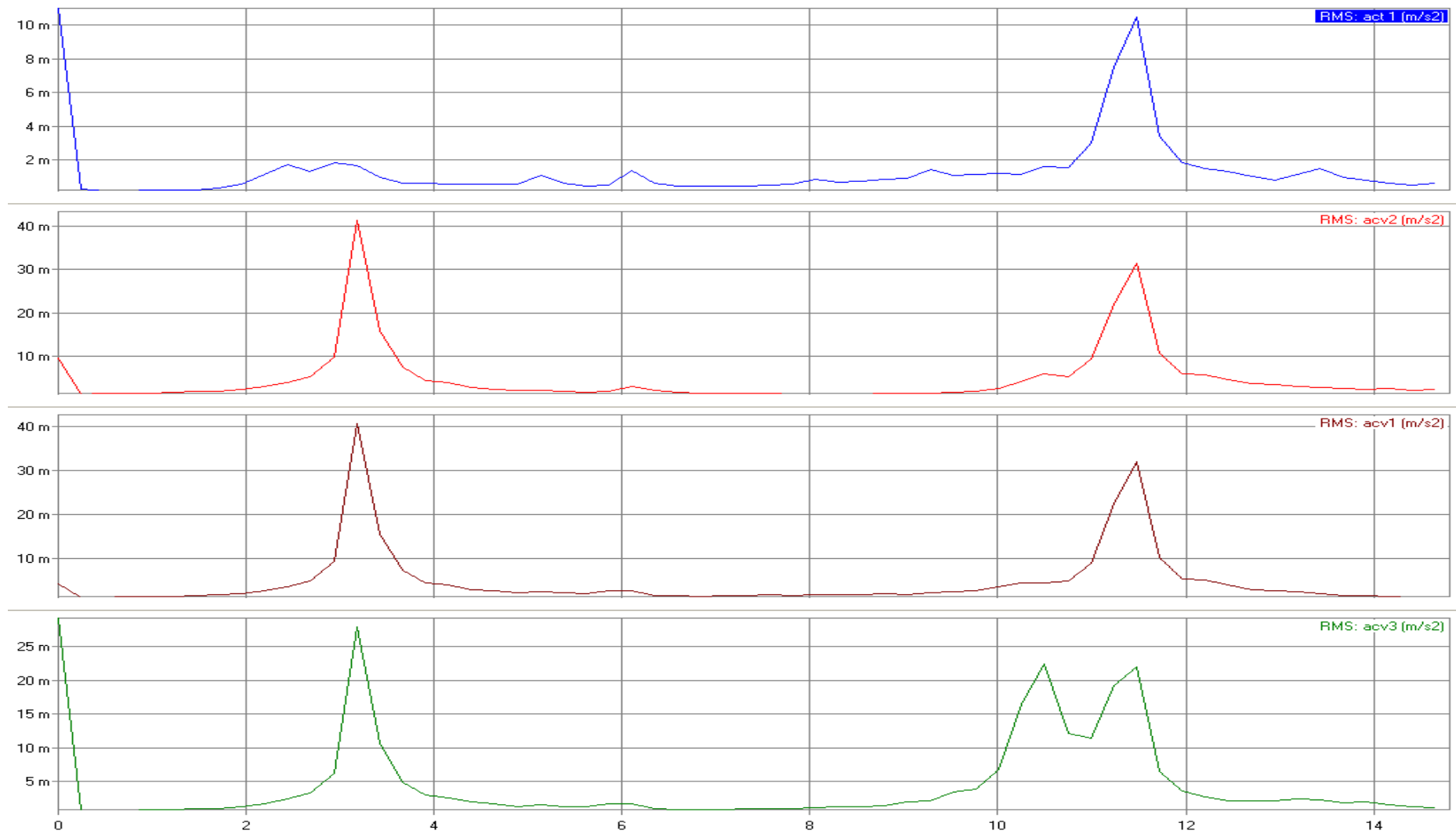
A7 - Espectro em frequência do sinal no eixo a ¼ do vão



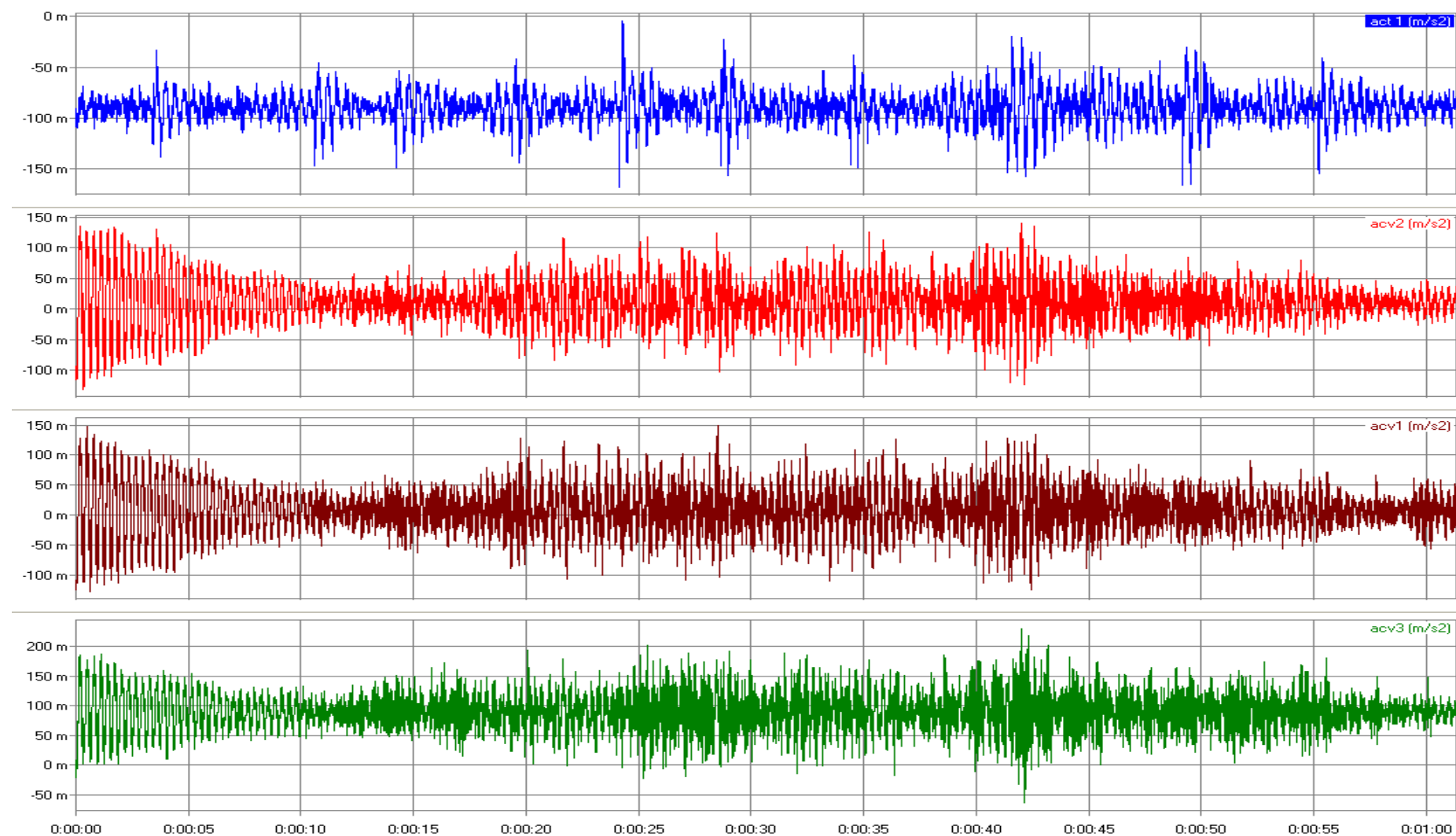
A8 - Sinal no tempo na lateral a ¼ do vão



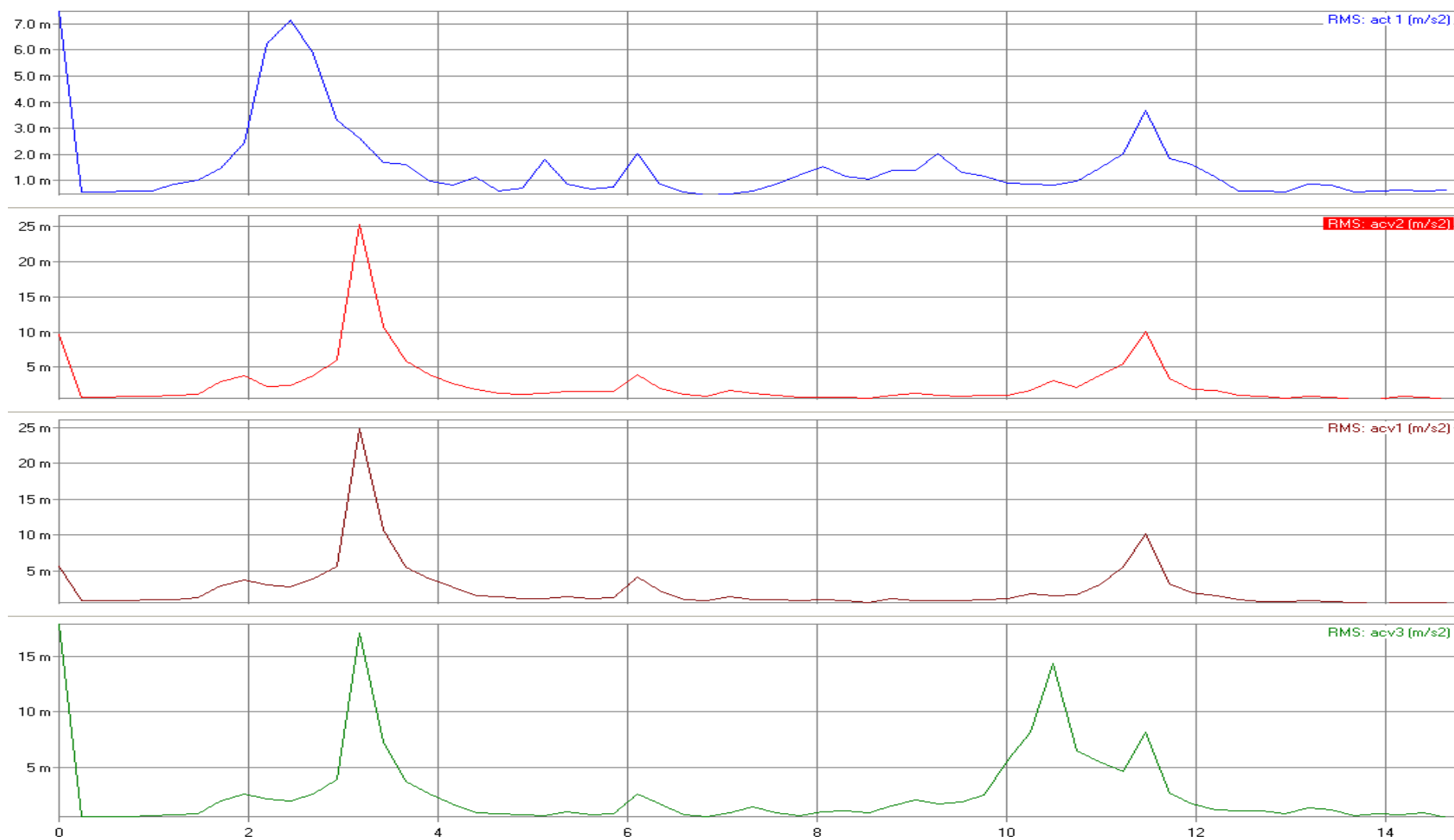
A9 - Espectro em frequência do sinal na lateral a $\frac{1}{4}$ do vão



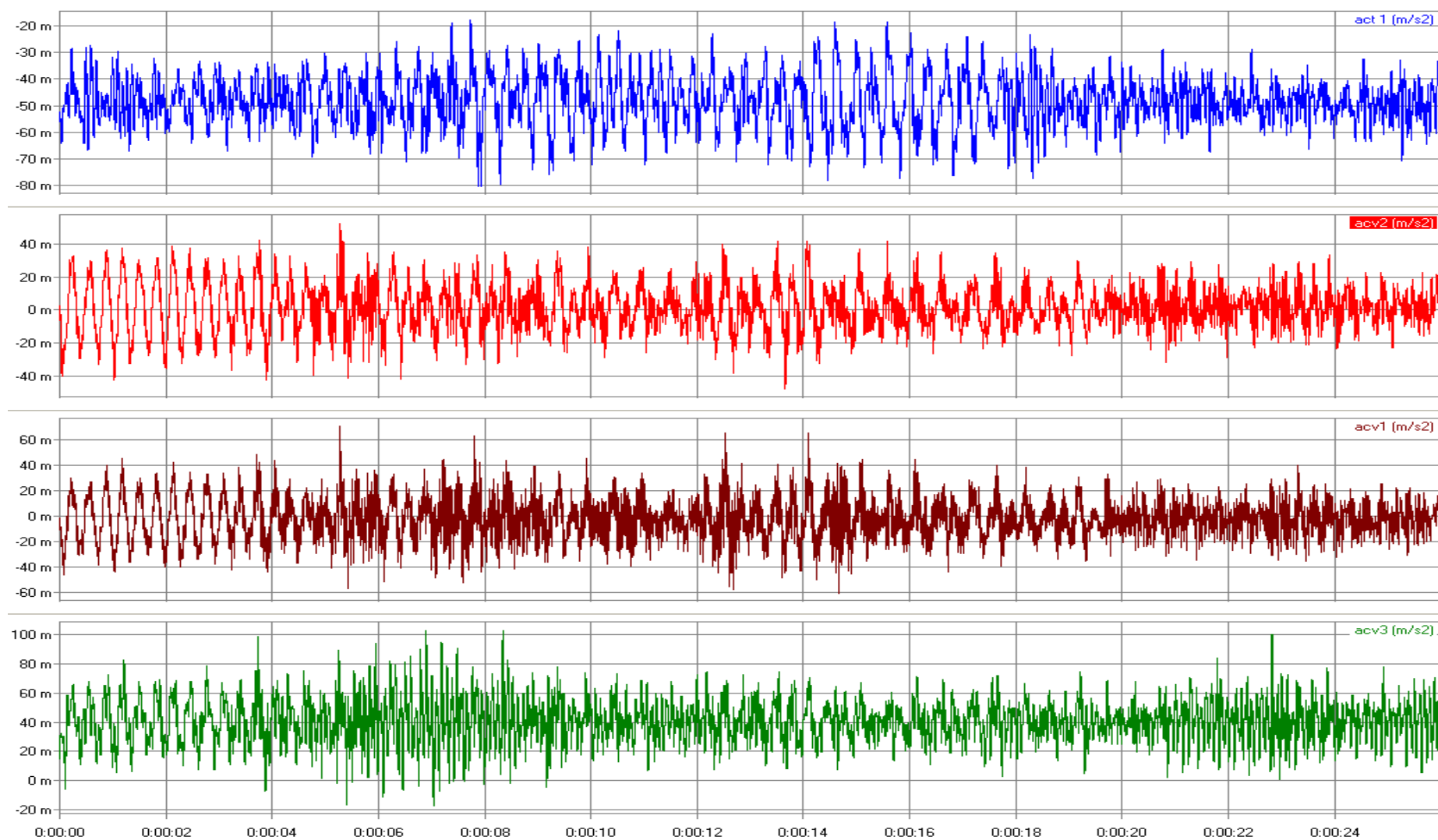
A10 - Sinal no tempo de pancadas laterais com o ombro a $\frac{1}{4}$ do vão



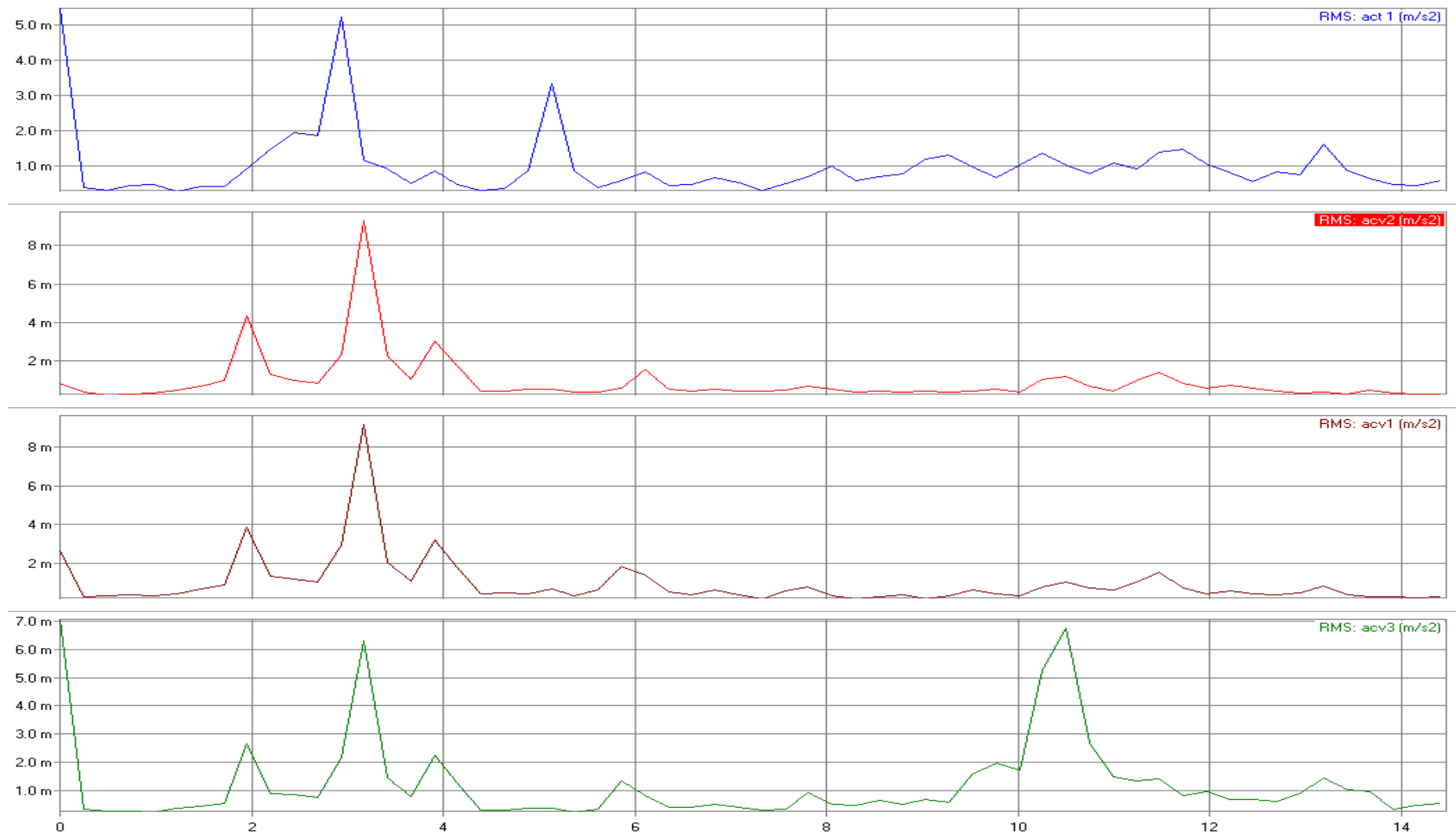
A11 - Espectro em frequência do sinal de resposta aos trancos laterais no meio vão



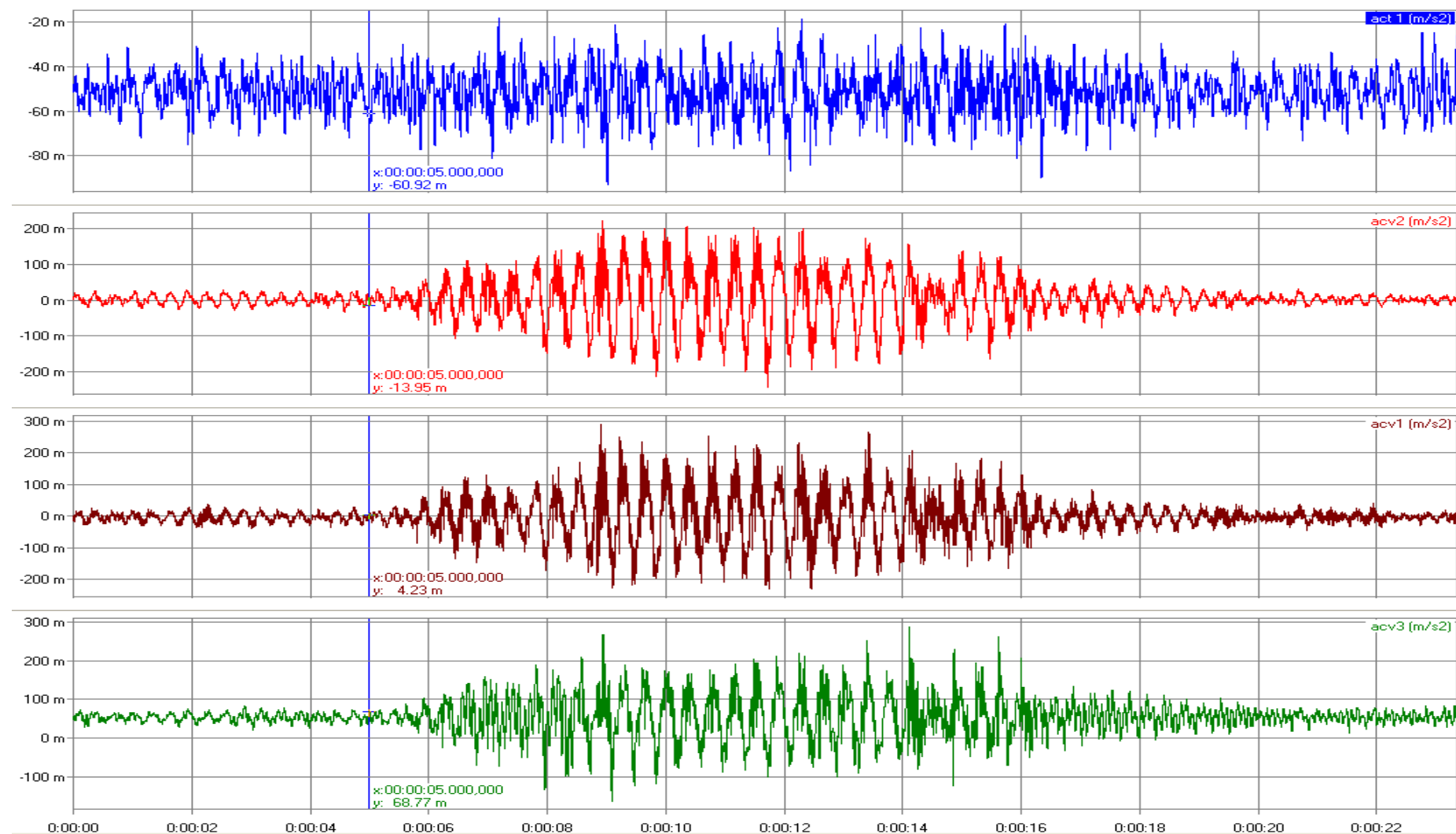
A12 - Sinal no tempo de o caminhar de homem de 80 kg



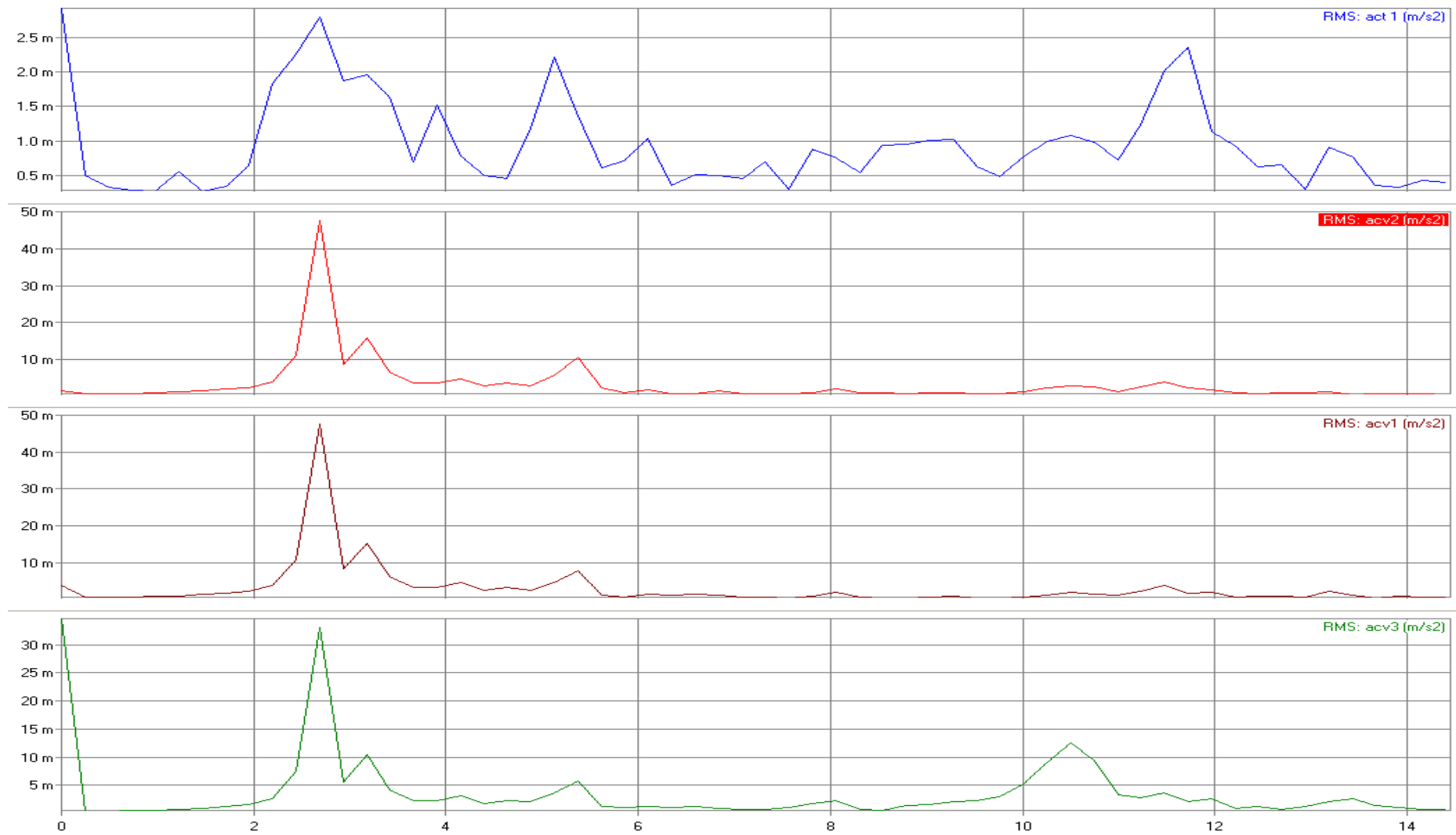
A13 - Espectro em frequência do sinal temporal ao caminhar de um homem de 80 kg



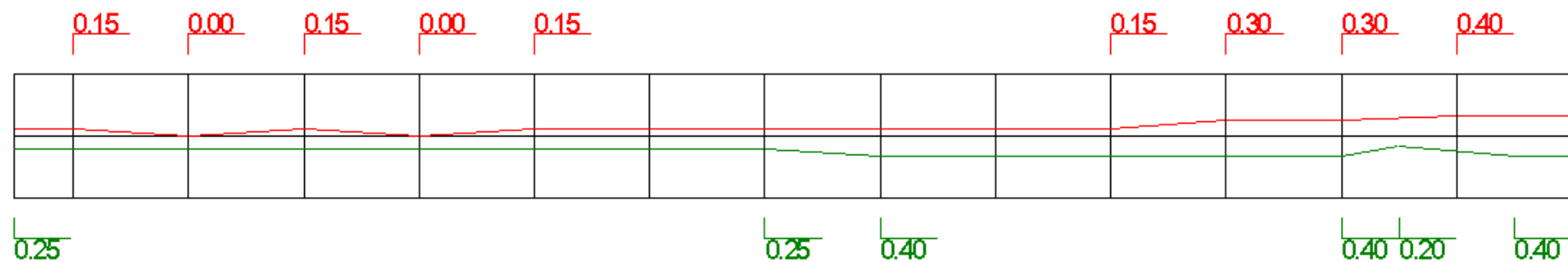
A14 - Sinal no tempo de corrida de homem de 80 kg



A15 - Espectro em frequência do sinal de resposta à corrida de um homem de 80 kg



A16 – Representação gráfica dos trajectos do 1º e 2º participante



Legenda:

- Trajeto 1º participante
- Trajeto 2º participante

A17 - Modelo analítico em FORTRAN

```

*****PROGRAMA PARA PONTE PEDONAL ***CARGA MÓVEL*****

* DEFINIR VARIÁVEIS GLOBAIS
  IMPLICIT NONE
  INTEGER NNO,NEL,NGL,NNV,GLN,NELT,NELP,NELL,NINCR,INC,I,J,N,K,
&    NMODOS,RUNGE,ICOUNT,IPRINT,GLINT,NF,NT,JJ
  INTEGER,ALLOCATABLE:: NV(:),IV(:,:),NO(:,:),TE(:),G(:,:)
  REAL(8) DELTAT,T,TMAX,A0,LAMB,UD,AF,VMIN,NOI,SP,CP,FC,a1,a2,a3,a4,
&    FT,KSIT,ALFAT,DT,DT_FORCA
  REAL(8),ALLOCATABLE:: X(:),Y(:),SG(:,:),
&    XA(:),YA(:),
&    EIGNF(:),EIGNT(:),PE(:),
&    MMODF(:),MMODT(:),KSIF(:),ALFAF(:),FD(:),
&    V(:),VECNORMF(:,:),VECNORMT(:,:)
C    P(I,J)=3*(I-1)+J
* ABRIR ARQUIVOS
  OPEN(1,FILE='PASSARELA.DAT')
  OPEN(2,FILE='PASSARELA.SAI')
C  OPEN(3,STATUS='SCRATCH',FORM='BINARY')
C  OPEN(4,FILE='MODOS.DAT')
  OPEN(5,FILE='DINAMICA.SAI')
  OPEN(6,FILE='DINAMICA.DAT')
  OPEN(7,FILE='VECNORMS.SAI')

  READ (1,*) NNO
  READ (6,*) NF,NT
  NMODOS=NF+NT
  GLN=3
  NGL=GLN*NNO

  ALLOCATE (X(NNO),Y(NNO),
&    XA(NNO),YA(NNO),
&    EIGNF(NF),EIGNT(NT),PE(NGL),MMODF(NF),MMODT(NF),
&    KSIF(NF),ALFAF(NF),FD(2*NMODOS),
&    V(2*NMODOS),VECNORMF(NNO,NF),VECNORMT(NNO,NT))

* LEITURA DOS DADOS DOS MODOS DE FLEXÃO
  DO I=1,NF
    READ(6,*)EIGNF(I),MMODF(I)
    WRITE(5,*)EIGNF(I),MMODF(I)
  END DO
* LEITURA DOS DADOS DOS MODOS DE TORÇÃO
  DO I=1,NT
    READ(6,*)EIGNT(I),MMODT(I)
    WRITE(5,*)EIGNT(I),MMODT(I)
  END DO

* LER E IMPRIMIR DADOS DOS NÓS (COORDENADAS, VÍNCULOS E CARGAS)
  DO I=1,NNO
    READ (1,*) J,X(J),Y(J)
    WRITE (2,15) J,X(J),Y(J)
15  FORMAT(2X, I5, 2(G15.5))
  END DO

  READ (6,*) GLINT,AF,TMAX,KSIF(1),CP,FC,KSIT,DT,DT_FORCA

* IMPRIMIR DADOS DA ANALISE DINAMICA
  WRITE(5,56)
56  FORMAT(/'DADOS DE ENTRADA DA ANÁLISE DINÂMICA'/)

```

```
WRITE(5,57)
57 FORMAT(/'NÚMEROS DE MODOS DE INTERESSE'/)
WRITE(5,*) NMODOS
WRITE(5,58)
58 FORMAT(/'GRAU DE LIBERDADE DE INTERESSE'/)
WRITE(5,*) GLINT
WRITE(5,59)
59 FORMAT(/'AMPLITUDE DA FORÇA'/)
WRITE(5,*) AF
WRITE(5,60)
60 FORMAT(/'AMORTECIMENTO DO MODO FLEXÃO'/)
WRITE(5,*) KSIF(1)
WRITE(5,62)
62 FORMAT(/'AMORTECIMENTO DO MODO TORSÃO'/)
WRITE(5,*) KSIT
WRITE(5,161)
161 FORMAT(/'COMPRIMENTO DO PASSO'/)
WRITE(5,*) CP
WRITE(5,162)
162 FORMAT(/'FREQUENCIA DO CAMINHAR'/)
WRITE(5,*) FC
WRITE(5,61)
61 FORMAT(/'TEMPO MÁXIMO DA ANÁLISE'/)
WRITE(5,*) TMAX
```

* zerar a matriz de rigidez montada na análise estática
SG = 0

```
WRITE (5,70)
70 FORMAT(/'TEMPO DESLOCAMENTO'/)
```

*CALCULO DO KSI

c proporcional a massa

```
* TAXAS DE AMORTECIMENTO MODOS DE FLEXÃO
A0=KSIF(1)*2*EIGNF(1)
DO I=2,NF
KSIF(I)=A0/(2*EIGNF(I))
END DO
```

* CALCULO DE ALFA

```
DO I=1,NF
ALFAF(I)=2*EIGNF(I)*KSIF(I)
END DO
```

```
ALFAT=2*EIGNT(1)*KSIT
```

* VETOR DE CARGAS GENERALIZADAS

```
C DO I=1,NMODOS
C PE(I)=VECNORM(GLINT,I)*AF
C END DO
```

*CALCULO DE DELTA T (DELTAT)

```
C DELTAT=(2*3.1416)/EIGNT(1)/100

DELTAT=0.01
```

* LER E IMPRIMIR OS AUTOVETORES NORMALIZADOS DE FLEXÃO

```
DO J=1,NF
DO I=1,NNO
READ(6,*)VECNORMF(I,J)
```

```

        WRITE(7,*)VECNORMF(I,J)
    END DO
END DO

* LER E IMPRIMIR OS AUTOVETORES NORMALIZADOS DE TORÇÃO
C    DO J=1,NT
        DO I=1,NNO
            READ(6,*)VECNORMT(I,1)
            WRITE(7,*)VECNORMT(I,1)
        END DO
C    END DO

* CALCULO DOS COEFICIENTES PARA CARGA DINAMICA
    a1=-0.22169*(FC)**3+1.11946*(FC)**2-1.44748*(FC)+0.5967
    a2=-0.012037*(2*FC)**3+0.1494*(2*FC)**2-0.53146*(2*FC)+0.6285
    a3=0.00009068*(3*FC)**5-0.0021066*(3*FC)**4+0.018364*(3*FC)**3-
    &0.077278*(3*FC)**2+0.17593*(3*FC)-0.1477
    a4=0.00051715*(4*FC)**4-0.014388*(4*FC)**3+0.14562*(4*FC)**2-
    &0.62994*(4*FC)+1.018469

* INICIO DO PROCESSO PARA O CALCULO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL
    IPRINT=1
C    IPRINT=100

* zerar valores
    T=0
    icount = 0
    UD=0
    FD=0
    V=0

* inicio do loop no tempo

    DO WHILE (T.LT.TMAX)

* GERAR FATOR DE MULTIPLICAÇÃO DA FORÇA

* Carga Humana
* Valor da Carga

        FT=0

        IF ((T.GE.0).AND.(T.LT.32)) THEN

            FT=(AF*a1*sin(2*3.1416*1*FC*T-0))+(AF*a2*sin(2*3.1416*2*FC*T-
            & 3.1416/2))+(AF*a3*sin(2*3.1416*3*FC*T-3.1416))+
            & (AF*a4*sin(2*3.1416*4*FC*T-3.1416/2))

        ELSE

            FT=0

        ENDIF

* Carga Sinusoidal
c    FT=DSIN(1.95*2*3.141592654*T)

* Carga de impacto
c    IF ((T.GE.0).AND.(T.LT.0.2)) THEN
c        FT=5*T
c    ELSE
c        IF ((T.GE.0.2).AND.(T.LT.0.4)) THEN
c            FT=2-5*T

```

```
c      ELSE
c      FT=0
c      ENDIF
c      ENDIF

* Cálculo da posição da carga

      SP=CP*FC*T

      VMIN=10E10
      DO i=1,NNO
      IF (ABS(SP-X(i)).LT.VMIN) THEN
      VMIN=ABS(SP-X(i))
      NOI=i
      END IF
      END DO

* VETOR DE CARGAS GENERALIZADAS
* MODOS DE FLEXÃO

      pe=0.0d00
      DO I=1,NF
      PE(I)=VECNORMF(noi,I)*(-FT)
cc    PE(I)=VECNORMF(GLINT,I)*(-FT)
      END DO
* MODO DE TORÇÃO
      DO I=1,nt
      PE(NF+I)=VECNORMT(noi,1)*(-FT)
cc    PE(NF+I)=VECNORMT(GLINT,1)*(-FT)
      END DO

* INÍCIO DO PROCESSO DO RUNGE KUTTA
      K=1
      DO WHILE (K.EQ.1)
      K=RUNGE(2*NMODOS,V,FD,T,DELTAT)
* MONTAGEM DAS EQUAÇÕES PARA O RUNGE KUTTA

* EQUAÇÕES PARA OS MODOS DE FLEXÃO
      DO I=1,NF
      FD(I)=V(I+NF)
C      FD(I+NMODOS)=LAMB*PE(I)/MMOD(I,I)-ALFA(I)*V(I+NMODOS)-EIGN(I)*V(I)
      FD(I+NF)=PE(I)/MMODF(I,I)-ALFAF(I)*V(I+NF)-EIGNF(I)**2*V(I)
c      END DO

* EQUAÇÃO PARA O MODO DE TORÇÃO (ESTA VERSÃO SÓ É VÁLIDA PARA NT=1)
      JJ=2*NF
C      DO I=1,NT
      FD(JJ+1)=V(JJ+2)
C      FD(I+NMODOS)=LAMB*PE(I)/MMOD(I,I)-ALFA(I)*V(I+NMODOS)-EIGN(I)*V(I)
      FD(JJ+2)=PE(NF+I)*DT_FORCA/MMODT(I,I)-ALFAT*V(JJ+2)
      .-EIGNT(I)**2*V(JJ+1)
      END DO

      END DO ! FIM DO LOOP K=1,...

      ICOUNT=ICOUNT+1

      UD=0
* CONTRIBUIÇÃO DOS MODOS DE FLEXÃO
      DO I=1,NF
c      UD=UD+VECNORMF(GLINT,I)*V(I)      !IMPRIMIR DESLOCAMENTOS
      UD=UD+VECNORMF(GLINT,I)*FD(I+NF) !IMPRIMIR ACELERAÇÕES

      END DO
* ADICIONANDO A CONTRIBUIÇÃO DO MODO DE TORÇÃO
```

```

c      UD=UD+VECNORMT(GLINT,1)*DT*V(JJ+2)  !IMPRIMIR DESLOCAMENTOS
      UD=UD+VECNORMT(GLINT,1)*DT*FD(JJ+2)  !IMPRIMIR ACELERAÇÃO

c      IF (IPRINT.EQ.ICOUNT) THEN

      WRITE(5,*)  T,UD

      ICOUNT = 0

c      END IF

      END DO ! FIM DO LOOP T=0,...,TMAX

C      CALL PLOTAR (XA,YA,NO,NEL,NNO,X,Y,NNV,NV,GLN,IV,NGL,VEC)

      END
C*****
C      Método de RUNGE-KUTTA
C      FUNÇÃO RUNGE:
C      Precisão de Quarta ordem RK4
C      divisão em 2N equações orinarias de primeira ordem.
C      A derivada y(j) deve ser considerada quatro vezes em
C      cada "step" de integração pelo programa principal.
C      A função deve ser chamada cinco vezes em cada "step"
C      (pass(1)...pass(5)).
C      Variáveis empregadasC
C      M.....contador dos passosC
C      SAVEY(J)...guarda o valor inicila de y(j)
C      PHI(J).....função incremento da da j-ésima equação.
C      Obs:C
C      N deve ser no máximo igual a 900,ou seja, o sistema
C      original deve ter no máximo 450 equações diferenciais
C      ordinárias de segunda ordem.
C*****
      FUNCTION RUNGE(N,Y,F,X,H)

      IMPLICIT DOUBLEPRECISION (A-H,O-Z)
      DOUBLE PRECISION Y,F,X,H
      INTEGER RUNGE
      DIMENSION PHI(9000),SAVEY(9000),Y(N),F(N)
      DATA M/0/

C      M=M+1
      GO TO (1,2,3,4,5) M

C
C.....PASS 1.....
      1 RUNGE=1
      RETURN

C
C.....PASS 2.....
      2 DO 22 J=1,N
        SAVEY(J)=Y(J)
        PHI(J)=F(J)
      22 Y(J)=SAVEY(J) + 0.5*H*F(J)
        X=X + 0.5*H
        RUNGE=1
      RETURN

C
C.....PASS 3.....

```

```
3 DO 33 J=1,N
  PHI(J)=PHI(J) + 2.0*F(J)
33 Y(J)=SAVEY(J) + 0.5*H*F(J)
  RUNGE=1
  RETURN
C
C.....PASS 4.....
4 DO 44 J=1,N
  PHI(J)=PHI(J) + 2.0*F(J)
44 Y(J)=SAVEY(J) + H*F(J)
  X=X + 0.5*H
  RUNGE=1
  RETURN
C
C.....PASS 5.....
5 DO 55 J=1,N
55 Y(J)=SAVEY(J) + (PHI(J) + F(J))*H/6.0
  M=0
  RUNGE=0
  RETURN
END
```